

## KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIK DITINJAU DARI KEMATANGAN BERPIKIR MATEMATIS

Dodi Fermansyah, Aripin, Supratman

Universitas Siliwangi, Jl. Siliwangi No. 24, Tasikmalaya 46115, Jawa Barat, Indonesia

Email: dd992543@gmail.com

### Abstrak

Kematangan berpikir matematis adalah suatu proses yang terus tumbuh dan berkembang dari setiap pribadi seseorang. Kematangan berpikir matematis ini dapat dilihat dari kemampuan logika matematika yang kuat, tahu bagaimana membaca, menganalisis, dan mempelajari argumen yang tepat, serta tahu bagaimana menyusun dan menulis argumen yang tepat. Dan kemampuan inilah sebenarnya yang menjadi indikator sejauh mana tingkat kematangan dalam berpikir matematis yang dimiliki seseorang. Penelitian ini berusaha mengungkap bagaimana sebenarnya kematangan berpikir matematika seorang siswa hubungannya dengan kemampuan dalam melakukan pemecahan masalah menggunakan metode kualitatif dengan pendekatan analisis deskriptif. Penelitian ini dilakukan pada siswa kelas XII di salah satu SMK di Kabupaten Tasikmalaya yang memiliki 7 paket keahlian. Dimana pengambilan sampel dilakukan dengan metode purposive sampling dimana pengambilan sampel didasarkan pada pertimbangan hasil belajar pada semester sebelumnya dan pertimbangan dari guru yang mengajar di kelas bersangkutan. Hasil yang didapat menunjukkan kematangan berpikir matematis siswa dapat dilihat dari bagaimana siswa menyelesaikan suatu masalah serta siswa yang memiliki kematangan berpikir matematis yang baik memiliki kemampuan pemecahan masalah yang baik pula.

**Kata kunci :** kematangan berpikir matematis, kemampuan pemecahan masalah

### Abstract

The maturity of mathematical thinking is a process that continues to grow and develop from each individual person. Mathematical maturity can be seen from the ability of strong mathematical logic, know how to read, analyze, and learn the correct arguments, and know how to arrange and write the right arguments. And this ability is actually an indicator of the extent of maturity in a person's mathematical thinking. This study attempts to reveal how the actual maturity of a student's mathematical thinking has to do with the ability to solve problems using qualitative methods with a descriptive analysis approach. This research was conducted in class XII students at one of the vocational schools in Tasikmalaya Regency who had 7 packages of expertise. Where sampling is done by purposive sampling method where sampling is based on consideration of learning outcomes in the previous semester and consideration of teachers who teach in the class concerned. The results obtained showed the maturity of students' mathematical thinking can be seen from how students solve a problem as well as students who have good mathematical maturity have good problem solving skills as well.

**Keywords:** mathematical maturity, problem solving ability

### 1. Pendahuluan

Penguasaan pemahaman terhadap notasi matematika, merupakan salah satu bagian dari kematangan berfikir matematis (*mathematical maturity*) [1]. Selain itu kematangan berfikir matematis berisikan kemampuan untuk menangani ide-ide abstrak yang semakin meluas, melakukan generalisasi dari contoh-contoh spesifik ke konsep-konsep yang lebih luas, mengkomunikasikan konsep-konsep matematis, merumuskan masalah dan mengurangi masalah-masalah yang sulit menjadi lebih

---

mudah, menganalisis apa yang diperlukan untuk memecahkan masalah, mengenali bukti yang sah dan mendeteksi alasan yang salah, mengenali pola matematis, bekerja dengan konsep analitis, aljabar, dan geometri, belajar dari kesalahan, menyusun pembuktian, menggunakan kebenaran yang mendekati untuk menemukan kebenaran yang sejati [2].

Tingkat kematangan dalam berpikir ternyata tidak hanya dipandang dari sisi psikologis. Para matematikawan pun agar mampu melaksanakan tugas-tugasnya, seperti merumuskan dan membuktikan teorema, mengembangkan algoritma, membuat pemodelan matematika, serta mengaplikasikan matematika dalam permasalahan dunia nyata, memerlukan kematangan dalam berpikir matematis [1].

Persamaan yang dimiliki oleh para matematikawan dengan berbagai pekerjaan yang berbeda tersebut adalah bahwa mereka mempunyai kemampuan logika matematika yang kuat, tahu bagaimana membaca, menganalisis, dan mempelajari argumen yang tepat, serta tahu bagaimana menyusun dan menulis argumen yang tepat [3]. Kemampuan inilah sebenarnya yang menjadi indikator sejauh mana tingkat kematangan dalam berpikir matematis yang dimiliki seseorang.

Langkah-langkah dalam mengembangkan kematangan dalam berpikir matematis, yang pertama adalah dengan mencoba hal-hal baru mengenai matematika yang belum diketahui atau dikuasai, dan selanjutnya adalah dengan belajar matematika dalam sebuah kelompok [1]. Orang-orang yang belum matang secara matematis mempunyai pandangan matematika yang spontan, cenderung menggunakan rumus-rumus matematika untuk mencari penyelesaiannya. Sedangkan orang yang telah matang dalam berpikir matematis, memandang matematika sebagai ilmu mengenai pola-pola, bagaimana mengembangkan pola-pola tersebut dan bagaimana pola-pola tersebut saling berinteraksi [1].

Schoenfeld pernah mengungkapkan pernyataan sebagai berikut: pilihlah matematikawan besar (hebat) dari masa lalu, lalu bayangkan mereka hidup lagi di masa sekarang, di mana matematika telah sangat berubah (dan tentunya lebih maju) jika dibandingkan dengan matematika di masa mereka. Pertanyaan yang dapat diajukan sekarang adalah, apakah sang matematikawan hebat dari masa lalu itu lalu tidak bisa berbuat apa-apa lagi dengan adanya perubahan yang sangat hebat pada matematika itu sendiri [4]? Jawabannya tentu tidak. Alasannya, para matematikawan tersebut memiliki beberapa kemampuan berpikir khusus, seperti kemampuan berpikir logis, rasional, kritis, imajinatif, dan kreatif [5]. Inilah yang menunjukkan gambaran dari satu kematangan berpikir matematis.

Pertanyaannya kemudian adalah, bagaimana caranya agar siswa dapat memiliki kemampuan berpikir khusus seperti itu? Sehingga kemampuan matematis yang berkembang dalam pembelajaran juga dapat bermanfaat dalam kehidupan nyata mereka [6, 7]. Oleh sebab itu, sudah sepantasnya bila pembelajaran yang didapat oleh siswa selama sekolah seharusnya berupa pengalaman yang dapat digunakan untuk bekal dan bertahan hidup. Tugas seorang guru bukan hanya sekedar mengajar tetapi lebih pada membelajarkan dan mendidik [8]. Pembelajaran tidak hanya ditekankan pada keilmuannya semata. Sumarmo [9] menyatakan bahwa pembelajaran

matematika (di semua jenjang) seharusnya meliputi : (1) belajar memahami (*learning to know*), (2) belajar melakukan (*learning to do*), (3) belajar menjiwai atau menjadi diri sendiri (*learning to be*), dan (4) belajar hidup dalam kebersamaan (*learning to live together*).

Disamping itu, pembelajaran matematika yang diberikan harus dapat mengasah siswa agar mereka memiliki kompetensi dasar dalam matematika, sesuai dengan tujuan umum pembelajaran matematika yang dirumuskan *National Council of Teacher of Mathematics* [10] yaitu: (1) belajar untuk berkomunikasi (*mathematical communication*); (2) belajar untuk bernalar (*mathematical reasoning*); (3) belajar untuk memecahkan masalah (*mathematical problem solving*); (4) belajar untuk mengaitkan ide (*mathematical connections*); (5) pembentukan sikap positif terhadap matematika (*positive attitudes toward mathematics*). Sumarmo [11] mengungkapkan bahwa kemampuan-kemampuan di atas disebut dengan daya matematik (*mathematical power*) atau keterampilan matematika (*doing math*).

W. W. Sawyer pernah menulis pernyataan berikut di dalam bukunya *Mathematician's Delight*, yang intinya adalah menunjukkan bahwa pengetahuan yang diberikan atau ditransformasikan langsung kepada para siswa akan kurang meningkatkan kemampuan bernalar (*reasoning*) mereka. W. W. Sawyer menyebutnya sebagai hanya meningkatkan kemampuan untuk mengingat saja. Padahal di era teknologi dan perdagangan bebas, kemampuan bernalar dan kemampuan pemecahan masalah akan menjadi hal yang akan sangat menentukan keberhasilan peningkatan kemampuan berpikir tingkat tinggi, sehingga pengintegrasian pemecahan masalah selama proses pembelajaran menjadi suatu keharusan [12-13].

Dari semua penjelasan yang telah disampaikan di atas menjadi suatu hal yang menarik bagi kita untuk mengetahui bagaimana sebenarnya kematangan berpikir matematika seorang siswa hubungannya dengan kemampuan dalam melakukan pemecahan masalah. Sehingga di dalam penelitian ini bertujuan untuk melihat bagaimana hubungan itu terjadi dan bagaimana implikasinya.

## 2. Metode

Penelitian ini berfokus pada proses berpikir pemecahan masalah yang dilakukan oleh siswa dan strategi-strategi pemecahan masalah yang mereka lakukan jika dilihat dari kematangan berpikir matematisnya. Dalam penelitian ini menggunakan metode kualitatif dengan pendekatan analisis deskriptif.

### 2.1. Subjek Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada siswa kelas XII di salah satu SMK di Kabupaten Tasikmalaya yang memiliki 7 paket keahlian. Dimana pengambilan sampel dilakukan dengan metode *purposive sampling* yaitu berdasarkan pada pertimbangan hasil belajar pada semester sebelumnya dan pertimbangan dari guru yang mengajar di kelas bersangkutan. Dari hasil pertimbangan tersebut diambil 5 orang siswa yang disajikan sampel dalam penelitian.

2.2. Pengumpulan Data

Data primer penelitian ini diambil dari hasil tes kemampuan pemecahan masalah dan wawancara. Dimana hasil tes pemecahan masalah digunakan untuk melihat bagaimana kemampuan siswa dalam melakukan pemecahan masalah dan bagaimana strategi yang mereka ambil dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Teknik wawancara digunakan untuk melihat bagaimana kematangan berpikir matematisnya dan hubungan antara kemampuan pemecahan masalah berdasarkan empat tahapan penyelesaian masalah menurut Polya dengan indikator-indikator kematangan berpikir matematis yang sudah disampaikan yaitu merumuskan masalah dan mengurangi masalah-masalah yang sulit menjadi lebih mudah, menganalisis apa yang diperlukan untuk memecahkan masalah, mengenali pola matematis.

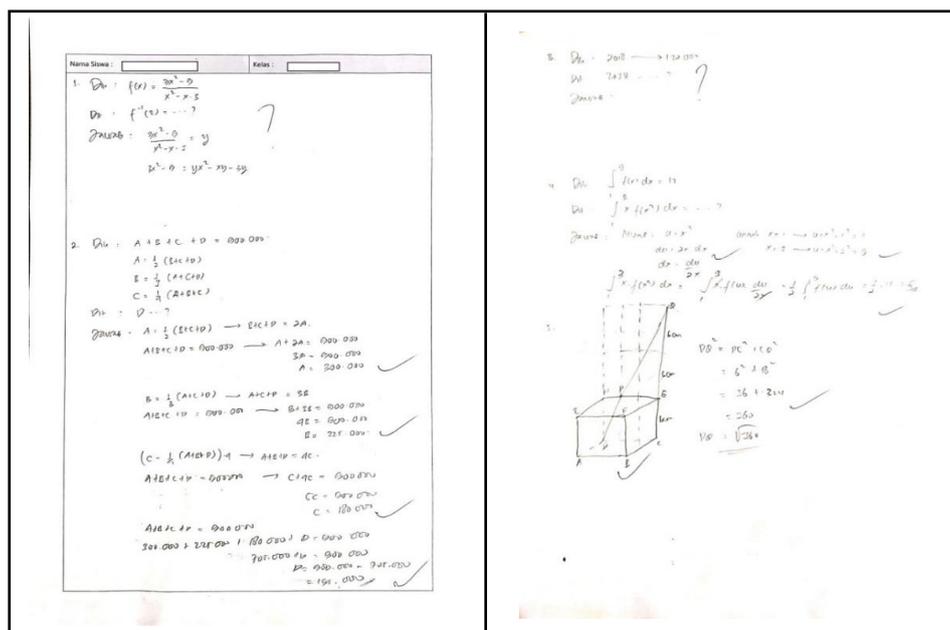
2.3. Analisis Data

Analisis data penelitian dilakukan dengan pendekatan deskriptif. Dimana dalam penelitian ini, peneliti memeriksa data yang diperoleh dari hasil tes kemampuan pemecahan masalah berhubungan ataukah tidak dengan kematangan berpikir matematisnya kemudian mendeskripsikan hasil yang didapatkannya. Dan hasil dari wawancara digunakan untuk mengonfirmasi adanya hubungan ini dan bagaimana proses berpikir pemecahan masalahnya.

3. Hasil dan Diskusi

Berdasarkan data hasil tes dan wawancara yang dilakukan, kemudian dianalisis untuk mengetahui bagaimana kemampuan pemecahan masalahnya dan bagaimana kematangan berpikir matematisnya.

Dari 5 orang siswa yang dijadikan sampel dalam penelitian didapat hasil sebagai berikut :



Gambar 1. Hasil tes kemampuan pemecahan masalah subjek-1

Pada hasil pekerjaan subjek pertama di atas, dari 5 soal kemampuan pemecahan masalah yang diberikan subjek tersebut hanya dapat mengerjakan sebanyak 3 soal dari keseluruhan soal yang diberikan. Dalam pengerjaan soal terlihat bahwa subjek masih mengalami kesulitan dalam memahami masalah yang diberikan selain itu subjekpun masih mengalami kesulitan dengan konsep yang harus digunakan. Bila dilihat dari strategi pemecahan masalah yang disampaikan oleh Polya [14] subjek ini masih kesulitan pada tahap pertama dan kedua yaitu memahami masalah dan menyusun rencana penyelesaian. Dari 5 soal tes yang diberikan, kemampuan matematika yang diharapkan adalah siswa dapat memanipulasi variabel, menyusun model matematis dan ekspresi matematis, memiliki kemampuan spasial, menyusun pola matematis dan memahami simbol/notasi matematis. Hasil dari subjek pertama ini menunjukkan bahwa dirinya masih kesulitan dalam melakukan manipulasi variabel, menyusun pola matematis dan juga memahami simbol/notasi matematis. Dari hasil wawancara yang dilakukan, bila dikaitkan dengan kematangan berpikir matematisnya didapat kesimpulan bahwa subjek masih dalam tahap awal dalam kematangan berpikir matematisnya. Hal ini dapat dilihat dari jawaban dari pertanyaan dalam wawancara yang sebagian besar menunjukkan bahwa subjek belum mampu mengkomunikasikan konsep-konsep matematis, merumuskan masalah dan mengurangi masalah-masalah yang sulit menjadi lebih mudah, menganalisis apa yang diperlukan untuk memecahkan masalah, mengenali pola matematis, bekerja dengan konsep analitis, aljabar, dan geometri.

2.  $a + b + c + d = 900.000$  ✓  
 $(a = \frac{1}{2}(a + b + c + d)) \cdot 3 \rightarrow 3a = \frac{3}{2}(a + b + c + d)$   
 $a + b + c + d = 900.000$   
 $\frac{3}{2}(a + b + c + d) = 1.350.000$  ①  
 $a = 900.000 - 2a$   
 $3a = 900.000$   
 $a = 300.000$  ✓

$(b = \frac{1}{3}(a + b + c + d)) \cdot 3 \rightarrow 3b = a + c + d$   
 $a + b + c + d = 900.000$   
 $a + b + c + d = 900.000$  ②  
 $a = 900.000 - 3b$   
 $a + b = 900.000$   
 $b = 900.000 - 3b + b$   
 $4b = 900.000$   
 $b = 225.000$  ✓

$(c = \frac{1}{4}(a + b + c + d)) \cdot 4 \rightarrow 4c = a + b + d$   
 $a + b + c + d = 900.000$   
 $a + b + c + d = 900.000$  ③  
 $a + b + c + d = 900.000$   
 $c = 900.000 - 4c$   
 $5c = 900.000$   
 $c = 180.000$  ✓

$a + b + c + d = 900.000$   
 $d = 900.000 - (a + b + c)$   
 $d = 900.000 - (300.000 + 225.000 + 180.000)$   
 $d = 900.000 - 705.000$   
 $d = 195.000$  ✓

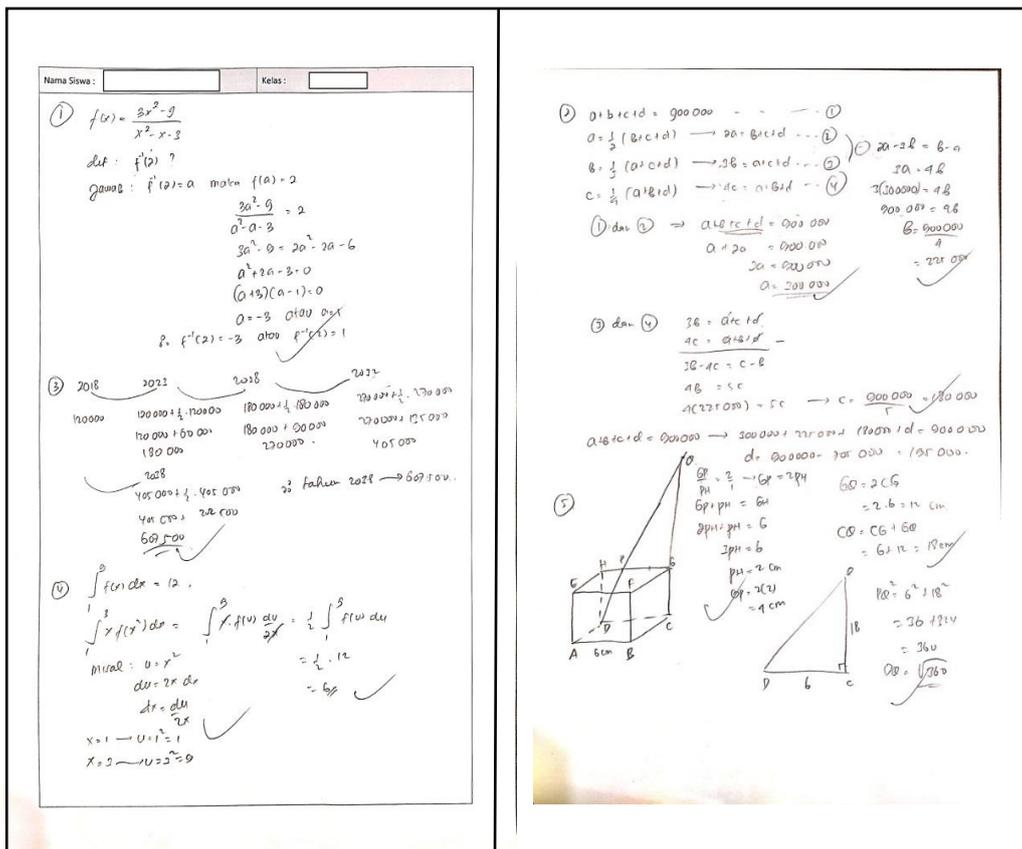
5.  $\frac{GP}{PH} = \frac{2}{1} \rightarrow \frac{GP}{PH} = \frac{2}{3}$   
 $\frac{GP}{6} = \frac{2}{3}$   
 $GP = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$  ✓

$CQ = 3 \cdot CG$   
 $= 3(6) = 18$

$PQ = \sqrt{6^2 + 18^2}$   
 $= \sqrt{36 + 324}$   
 $= \sqrt{360} = \sqrt{36 \cdot 10} = 6\sqrt{10}$  ✓

Gambar 2. Hasil tes kemampuan pemecahan masalah subjek-2

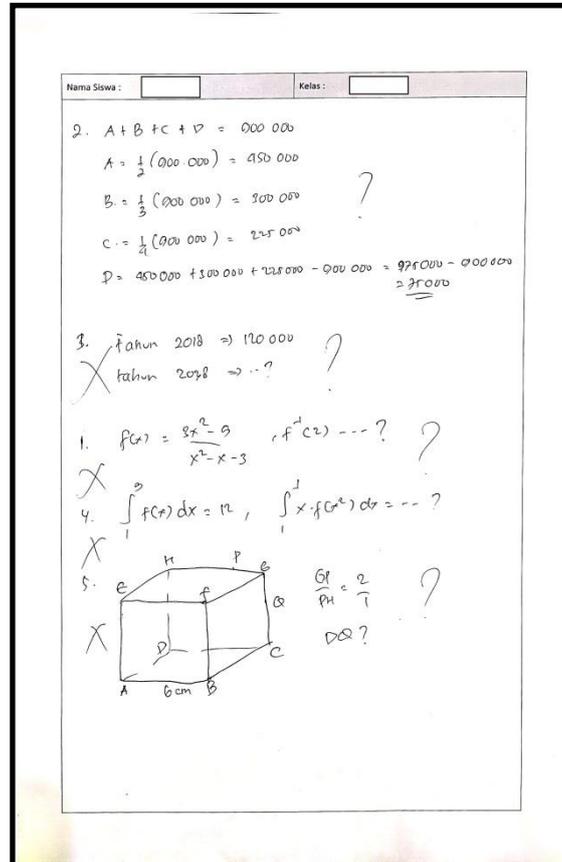
Pada hasil pekerjaan subjek kedua, hasil yang didapat oleh subjek ini tidak jauh berbeda dengan subjek yang pertama dari 5 soal kemampuan masalah yang diberikan subjek dapat mengerjakan sebanyak 2 soal. Pada subjek ini masih bermasalah dengan pemahaman terhadap konsep matematis yang harus digunakan dalam menyelesaikan masalah yang diberikan. Pada soal yang diharuskan untuk melakukan manipulasi variabel, subjek masih bingung dengan maksud dari suatu variabel bebas. Hal ini yang menyebabkan subjek sulit dalam menyelesaikan masalah. Dalam soal yang harus diselesaikan dengan mengenali pola yang diberikan dalam soal, subjek masih belum bisa berpikir secara induktif dalam artian melihat hal-hal kecil yang diketahui dalam soal dan menggunakannya sebagai bahan untuk menyusun suatu pola tertentu atau mengeneralisirnya. Dari hasil wawancara untuk melihat bagaimana kematangan berpikir matematisnya didapat kesimpulan bahwa subjek ini belum berkembang kematangan berpikir matematisnya. Hal ini tercermin dari jawaban dalam wawancara yang masih berfokus pada penggunaan rumus yang baku yang harus digunakan dalam menyelesaikan suatu permasalahan dan tidak adanya kreativitas untuk menggunakan ide-ide lain dalam menyelesaikan suatu permasalahan.



Gambar 3. Hasil tes kemampuan pemecahan masalah subjek-3

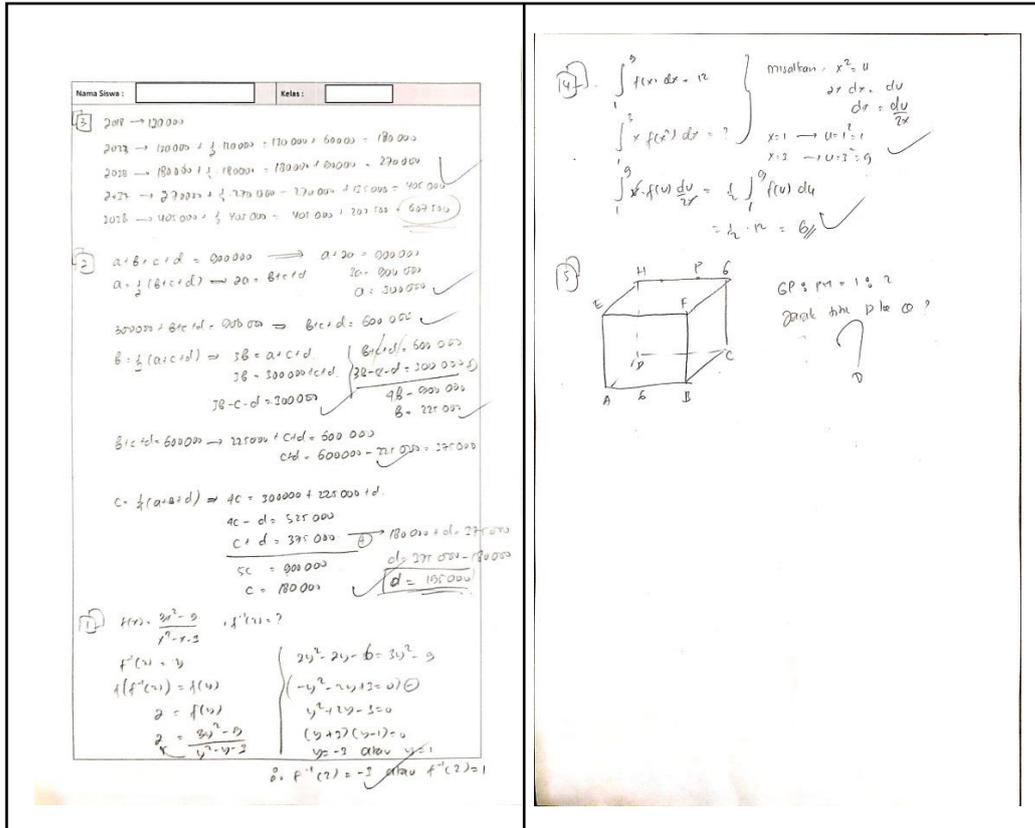
Pada hasil pekerjaan subjek ketiga didapat hasil yang lebih baik dari tes kemampuan masalahnya. Subjek tersebut dapat mengerjakan keseluruhan soal yang diberikan. Subjek ketiga ini dapat melakukan manipulasi terhadap variabel dengan

baik, dan juga mengenali pola dan memahami simbol/notasi matematika walaupun dalam kemampuan spasialnya masih kurang. Dari hasil wawancara didapat bahwa subjek mampu mengaitkan konsep-konsep matematis terdahulu yang dimilikinya dengan permasalahan yang dihadapi. Bila dilihat dari hasil wawancara tersebut dapat diambil suatu kesimpulan bahwa kematangan berpikir matematis dari subjek tersebut berkembang dengan baik.



**Gambar 4.** Hasil tes kemampuan pemecahan masalah subjek-4

Pada hasil pekerjaan subjek keempat, hasil yang didapat dari subjek keempat ini dapat dikatakan sebagai hasil yang terburuk. Dari keseluruhan soal yang diberikan subjek hanya mampu menyelesaikan satu soal. Dan dari hasil wawancara dapat digali bagaimana permasalahan yang terjadi dari subjek ini. Secara garis besar subjek ini masih bermasalah dengan konsep-konsep matematika dasar yang harus dikuasai untuk menyelesaikan suatu permasalahan. Subjek masih bingung dengan simbol/notasi matematis yang digunakan dalam soal, selain itu dirinya masih bermasalah dengan memahami dan merumuskan suatu permasalahan. Dari hasil wawancara dan juga tes yang diberikan dapat diambil suatu kesimpulan bahwa kematangan berpikir matematis subjek ini belum berkembang dengan baik. Hal ini dicirikan dengan masih bermasalahnya dengan konsep-konsep matematika dasar yang harus dikuasai.



Gambar 5. Hasil tes kemampuan pemecahan masalah subjek-5

Pada hasil yang didapat subjek kelima tidak jauh berbeda dengan subjek pertama dan kedua. Dari keseluruhan tes yang diberikan subjek tersebut dapat menyelesaikan 4 soal yang diberikan. Subjek tersebut dapat memanipulasi variabel, menyusun pola, menyusun model matematis dan ekspresi matematis serta memahami simbol/notasi matematis yang digunakan dalam permasalahan walaupun kemampuan spasalnya belum berkembang dengan baik. Dari hasil wawancara yang dilakukan didapat bahwa strategi dirinya dalam menyelesaikan permasalahan secara umum sudah mengikuti seperti apa yang disampaikan oleh Polya. Hanya saja dirinya belum dapat menggunakan ide-ide atau gagasan-gagasan lain yang sesuai dengan konsep matematika dalam melakukan penyelesaian masalah. Bila dikaitkan dengan kematangan berpikir matematisnya, subjek tersebut sudah memiliki kematangan berpikir matematis yang berkembang dengan baik walaupun belum sesuai dengan harapan.

**4. Simpulan**

Berdasarkan hasil diskusi didapat kesimpulan sebagai berikut : *pertama* kematangan berpikir matematis siswa memiliki hubungan yang erat dengan kemampuan pemecahan masalah matematika, siswa yang memiliki kematangan berpikir matematisnya berkembang dengan baik dapat menyelesaikan suatu permasalahan matematis dengan baik pula. *Kedua* kematangan berpikir matematis seorang siswa dapat diamati dengan bagaimana siswa tersebut dalam menyelesaikan suatu

permasalahan. Karena dalam melakukan pemecahan masalah dapat dilihat mereka mempunyai kemampuan logika matematika yang kuat, tahu bagaimana membaca, menganalisis, dan mempelajari argumen yang tepat, serta tahu bagaimana menyusun dan menulis argumen yang tepat. Dan kemampuan inilah sebenarnya yang menjadi salah satu indikator kematangan dalam berpikir matematis yang dimiliki seseorang.

### Referensi

- [1] Krantz S G 2012 *A Mathematician Comes of Age* (US: Mathematical Association of America)
- [2] Steen L A 1985 *Developing Mathematical Maturity Makalah yang disajikan dalam "The Future College Mathematics, Proceeding of a Conference/Workshop on The Fisrt Two Years of College Mathematics"* (New York: Springer – Verlag)
- [3] Ashman A F & Robert N F C 1989 *Cognitive Strategies for Special Editio* (London: Routhledge)
- [4] Schoenfeld & Alan H 1985 *Mathematical Problem Solving* (University of California. Berkeley: Academic Press Inc)
- [5] Shadiq F 2004 Pemecahan Masalah, Penalaran, dan Komunikasi *Makalah disampaikan pada Diklat Instruktur / Pengembangan Matematika SMA jenjang dasar tanggal 6 s.d 19 Agustus 2004 di PPPG Matematika Yogyakarta*
- [6] Jacobs C 1998 Mengajar Pemecahan Masalah dalam Matematika *Makalah disajikan pada Seminar Nasional: Upaya-upaya meningkatkan peran pendidikan matematika dalam menghadapi era globalisasi, perspektif pembelajaran alternatif kompetitif* (Program Pascasarjana IKIP Malang, 4 April 1998)
- [7] Sumarmo U 1987 *Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematika Siswa SMA dikaitkan dengan Kemampuan Penalaran Logik Siswa dan Beberapa Unsur Proses Belajar Mengajar* (Disertasi pada PPS IKIP Bandung)
- [8] Dahar R W 1989 *Teori-teori Belajar dan Pembelajaran* (Jakarta: Erlangga)
- [9] Sumarmo U 1994 Suatu Alternatif Pengajaran untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika pada Guru dan Siswa SMP *Laporan Penelitian pada Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA IKIP Bandung*
- [10] NCTM 2000 *Principles Ana Standards for School Mathematics* (Virginia: The National Council of Theacher of Mathematics Inc)
- [11] Sumarmo U 2010 *Berpikir dan Disposisi Matematika: Apa, Mengapa, dan Bagaimana dikembangkan pada peserta didik* (Bandung: FPMIPA UPI)
- [12] Fung, M.G dan Roland, L 2004 Writing, Reading, Ana Assesing in an Elementary Problem Solving Class *ProQuest Eduacation Journal* **XIV** 289 – 302
- [13] Poole T G & Szymankiewicz J Z 1997 *Using Simulation to Solve Problem* (England: Mc Graw Hill)
- [14] Polya G 1985 *How To Solve It* (New Jersey: Princeton University Press)