

DESAIN PEMBELAJARAN HIMPUNAN MELALUI PERANCANGAN *HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORY* MENGGUNAKAN PENDEKATAN MATEMATIKA REALISTIK

Sukirwan¹, Putri Ramadhani Fitri², Warsito³, Hairul Saleh⁴

^{1,2}Universitas Sultan Ageng Tirtayasa, Jl. Raya Palka Km. 3 Sindangsari, Pabuaran 42124, Banten, Indonesia

^{3,4}Universitas Muhammadiyah Tangerang, Jl. Perintis Kemerdekaan 1/33, Tangerang 15188, Banten, Indonesia

Corresponding Author: sukirwan@untirta.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mendesain pembelajaran himpunan melalui perancangan hipotesis lintasan belajar. Penelitian ini menggunakan metode penelitian desain, yang meliputi tahapan: studi pendahuluan, eksperimen pengajaran, dan analisis retrospektif. Penelitian diawali dengan analisis situasi problematik, studi historis, serta analisis pengalaman guru mengajarkan materi himpunan hingga terbentuk hipotesis lintasan belajar awal. Rancangan pembelajaran disusun berdasarkan hipotesis lintasan belajar awal yang kemudian diujicobakan melalui 2 tahapan, yaitu: pengajaran pendahuluan, dan eksperimen pengajaran. Analisis retrospektif dilakukan pada masing-masing tahapan tersebut dengan membandingkan antara hipotesis lintasan belajar awal dengan lintasan belajar aktual hingga diperoleh hipotesis lintasan belajar final. Penelitian ini dilaksanakan mulai tanggal 5 Agustus-10 Desember 2021 dengan melibatkan 20 siswa SMP Madinatul Hadid kelas VII B pada tahap pengajaran pendahuluan dan 20 siswa SMP Madinatul Hadid kelas VII A pada tahap eksperimen pengajaran. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa dapat melalui hipotesis lintasan belajar melalui konteks survey jajanan sekolah, yang terdiri dari aktivitas: mendaftar objek jajanan di kantin sekolah (masalah kontekstual), mengelompokkan objek berdasarkan karakteristik/sifat objek yang identik (pemodelan), membuat relasi dua himpunan berdasarkan objek (anggota himpunan) yang sama (membangun pengetahuan), menggunakan notasi formal irisan dan gabungan (matematika formal).

Kata Kunci: desain pembelajaran, himpunan, *hypothetical learning trajectory*, pendekatan matematika realistik.

Abstract

This study aims to design set learning through the design of a hypothetical learning trajectory. This study uses a design research method, including a preliminary study, teaching experiment, and retrospective analysis. The research begins with an analysis of problematic situations, historical studies, and the experience of teachers teaching set material to form the initial hypothetical learning trajectory. The learning design was prepared based on the initial hypothetical learning trajectory, which was then tested through 2 stages: preliminary teaching and teaching experiments. A retrospective analysis was carried out at each stage by comparing the initial hypothetical learning trajectory with the actual learning trajectory to obtain the final hypothetical learning trajectory. This research was conducted from August 5 to December 10, 2021, involving 20 students of SMP Madinatul Hadid class VII B in the preliminary teaching stage and 20 students of SMP Madinatul Hadid class VII A in the teaching experiment stage. The results showed that students were able to go through the hypothetical learning trajectory through the context of a school snack survey, which consisted of the following activities: registering snack objects in the school canteen (contextual problem), grouping objects based on the characteristics/natures of identical objects (modeling), making a relationship between two sets based on objects (members of the set) that are the same (building knowledge), using the formal notation of intersection and union (formal mathematics).

Keywords: learning design, sets, hypothetical learning trajectory, realistic mathematics approach.

1. Pendahuluan

Himpunan adalah materi yang sering dijumpai dalam kehidupan. Himpunan banyak digunakan untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan benda atau hewan yang ada di lingkungan sekitar [1], misalnya, himpunan kendaraan bermotor, himpunan siswa yang menyukai olahraga basket ataupun himpunan hewan berkaki empat. Ada juga himpunan orang-orang yang menyukai olahraga bersepeda ataupun himpunan para pemuda yang tidak menyukai olahraga berenang.

Ferreiros [2] mengungkapkan bahwa himpunan merupakan fondasi dalam perkembangan matematika. Himpunan dijadikan sebagai pengetahuan dasar matematika yang sangat berpengaruh terhadap perkembangan geometri, statistika dan aljabar. Hal itulah yang menjadikan himpunan dipelajari sebagai materi pendahulu sebelum topik-topik lainnya diajarkan.

Meskipun himpunan menjadi topik matematika yang sangat penting, namun tidak sedikit siswa yang mengalami hambatan untuk memahami himpunan. Menurut Deden & Heni [3], siswa kurang mampu dalam pembelajaran materi himpunan terlebih dalam memahami konsep himpunan. Bahkan, siswa juga mengalami kesulitan hanya sekedar menyajikan himpunan dan membedakan antara himpunan dan bukan himpunan [4].

Dwidarti, Mampouw, & Setyadi [5] menjelaskan bahwa pada jenjang SMP, siswa sulit memahami himpunan karena operasinya berbeda dengan operasi yang digunakan di sekolah dasar. Siswa mulai dihadapkan pada notasi formal himpunan untuk menyatakan hubungan antara dua himpunan atau lebih, seperti: irisan, gabungan, komplemen, penjumlahan, pengurangan dan sebagainya. Dalam hal ini siswa tidak hanya menyebutkan anggota himpunan, tetapi merelasikan antar himpunan melalui hubungan antar anggota himpunan satu dengan himpunan lainnya. Di samping itu, penyajian pengajaran himpunan yang monoton juga terpaku pada buku paket menjadi salah satu masalah yang menyebabkan siswa kesulitan dalam memahami himpunan [6]. Kondisi ini telah memicu situasi problematik tentang hasil belajar matematika siswa serta memberikan tantangan bagi para peneliti untuk mencari alternatif cara mengatasi masalah yang tepat agar siswa dapat memahami himpunan.

Walpole [7] mengungkapkan bahwa himpunan merupakan sekumpulan objek atau benda yang didefinisikan dengan jelas. Objek atau benda tersebut disebut sebagai elemen atau anggota himpunan. Penyebutan objek atau benda sebagai anggota himpunan selanjutnya memberikan gambaran bahwa salah satu cara untuk memahami himpunan adalah dengan mendaftarkan anggota himpunan itu sendiri. Cara ini dapat menginspirasi tentang penyusunan konteks yang terkait dengan aktivitas mendaftarkan anggota himpunan. Sebagai contoh, Ratuanik [8] menggunakan konteks “mata pelajaran yang disukai oleh siswa” untuk mendaftarkan “himpunan siswa yang menyukai mata pelajaran A”, “himpunan siswa yang menyukai mata pelajaran B”, serta “himpunan siswa yang menyukai mata pelajaran A dan B”. Demikian pula, Sholihah & Rejeki [9] menggunakan konteks “berlangganan majalah dan koran” untuk mendaftarkan “himpunan orang yang berlangganan majalah”,

“himpunan orang yang berlangganan koran”, “himpunan orang yang berlangganan majalah dan koran” serta “himpunan orang yang tidak berlangganan majalah maupun koran”.

Seperti yang dilakukan oleh para peneliti sebelumnya, penggunaan konteks yang dekat dengan lingkungan kehidupan siswa dapat menjadi *starting point* dalam pembelajaran himpunan. Ketika siswa berada di sekolah, maka kumpulan objek yang ada di lingkungan sekitar sekolah dapat dijadikan sebagai konteks [10 - 12]. Ada beragam kumpulan objek, di antaranya: jajanan, olahraga, mata pelajaran, bunga, permainan, warna, buah, dan sebagainya. Objek-objek ini kemudian memberikan inspirasi tentang adanya fenomena yang perlu diorganisasikan menjadi masalah kontekstual, misalnya dengan melakukan survey tentang “jajanan yang disukai atau tidak disukai”, “olahraga yang diminati atau tidak diminati”, “mata pelajaran yang diikuti atau tidak diikuti”, dan seterusnya. Pada saat siswa mendaftarkan objek-objek tersebut, siswa akan mengelompokkan objek berdasarkan karakteristik atau sifat objek yang sama, kemudian membuat relasi antar kelompok objek serta mendefinisikan relasi-relasi yang terjadi. Aktivitas siswa dalam mendaftarkan objek adalah situasi di mana siswa melakukan proses matematisasi horizontal, sedangkan aktivitas siswa dalam membuat dan mendefinisikan relasi antar objek adalah situasi di mana siswa melakukan proses matematisasi vertikal. Pemahaman siswa selanjutnya diperoleh ketika siswa dapat mengikuti lintasan belajar (*learning trajectory*) dari situasi informal pada saat siswa melakukan matematisasi horizontal menuju situasi formal pada saat siswa mampu melakukan matematisasi vertikal [13].

Lintasan belajar yang dilalui oleh siswa pada dasarnya adalah kemampuan siswa dalam mengikuti dan menguasai lintasan belajar yang dirancang oleh desainer pembelajaran dalam bentuk hipotesis lintasan belajar (*hypothetical learning trajectory*/HLT). Menurut Prahmana [14], HLT merupakan rancangan pembelajaran dan hipotesis bagaimana pemahaman atau dugaan jawaban siswa berkembang dalam kegiatan pembelajaran. HLT ini dapat membantu guru dalam mendesain pembelajaran menjadi bermakna dan membuat siswa mengetahui konsep yang akan dipelajari bukan dengan menghafal.

Pada praktiknya, HLT ini dikembangkan berdasarkan prinsip-prinsip pendekatan matematika realistik. Pendekatan matematika realistik merupakan suatu pendekatan pembelajaran yang menempatkan realitas dan juga pengalaman siswa sebagai titik awal pembelajaran (*starting point*) di mana siswa diberi kesempatan seluas-luasnya untuk mengkonstruksi sendiri pengetahuan matematikanya berdasarkan pada masalah kontekstual yang disajikan [15]. Gravemeijer [16] menyebutkan tiga prinsip kunci dalam pendekatan matematika realistik, yaitu: proses penemuan konsep secara terbimbing (*guided reinvention and progressive mathematization*), proses pembelajaran yang memanfaatkan fenomena yang bersifat mendidik (*didactical phenomenology*), dan pengembangan model secara mandiri yang dikembangkan siswa (*emergent modeling*). Ketiga prinsip ini merupakan heuristik untuk mencapai tingkat pemahaman formal siswa melalui alur pembelajaran

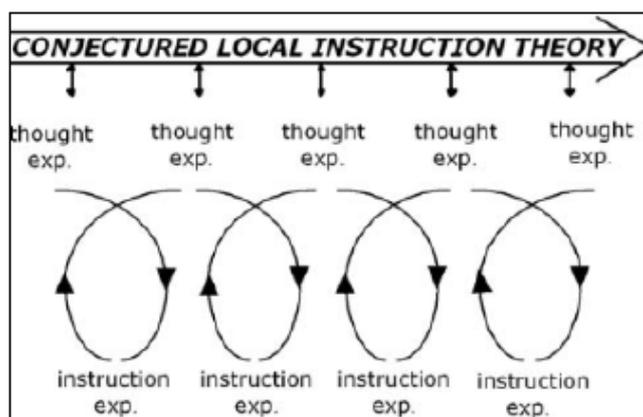
sebagaimana yang didesain dalam HLT. Oleh karena itu, untuk memprediksikan bahwa HLT ini dapat dilalui oleh siswa, maka pendesainan HLT harus memicu adanya ketiga prinsip heuristik ini.

Di dalam pendekatan matematika realistik, keberhasilan pembelajaran terlihat pada saat siswa dapat mencapai notasi formal melalui *learning trajectory*. Agar situasi ini tercapai sesuai dengan yang ditargetkan, maka HLT perlu didesain sedemikian rupa sehingga apa yang diprediksikan dalam HLT awal tidak terlalu jauh melenceng dari lintasan belajar aktual. Hal ini kemudian mengindikasikan bahwa studi terhadap HLT menjadi sangat penting untuk dilakukan. Seperti yang diungkapkan oleh Wijaya *et al.* [17] bahwa penelusuran terhadap *learning trajectory* penting untuk mendukung siswa dalam mengembangkan pemahaman terhadap apa yang sedang dipelajari. Berdasarkan pada pertimbangan tersebut, maka studi mengenai desain pembelajaran himpunan melalui perancangan HLT ini dilakukan.

2. Metode

Penelitian ini menggunakan metode *design research*, yang bertujuan untuk menghasilkan lintasan belajar melalui pendekatan matematika realistik. *Design research* adalah studi sistematis dalam merancang, mengembangkan, dan mengevaluasi program-program pendidikan, proses, dan produk [18]. Gravemeijer & Cobb [19] menjelaskan 3 langkah *design research*, yaitu: tahap persiapan pengujian (*preparing for the experiment*), tahap pengujian desain (*design experiment*), dan tahap analisis tinjauan (*retrospective analysis*).

Tahap persiapan pengujian diawali dengan analisis hambatan belajar siswa pada topik himpunan, wawancara eksploratif pada guru, studi historis tentang pengajaran himpunan serta studi literatur mengenai fenomena yang terkait dengan himpunan hingga diperoleh ide untuk membuat masalah kontekstual (*contextual problem*) yang sesuai. Tahap berikutnya adalah merancang HLT awal untuk pengajaran himpunan, yang terdiri dari: tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran, serta dugaan atau hipotesis pembelajaran. Tahap pengujian desain merupakan tahap implementasi pembelajaran berdasarkan pada HLT awal yang telah disusun pada tahap sebelumnya. Tahap ini diimplementasikan dalam bentuk siklus pembelajaran, yang terdiri dari: *pilot experiment*, dan *teaching experiment*. Tahap *pilot experiment* merupakan tahap uji coba awal untuk mendapatkan data terkait dengan penyesuaian dan perbaikan HLT yang akan diimplementasikan pada kelas aktual. Sedangkan tahap *teaching experiment* merupakan tahapan pengumpulan data untuk menjawab pertanyaan penelitian. Ulasan tentang siklus pembelajaran yang terjadi pada implementasi HLT dijelaskan pada Gambar 1 di bawah ini.



Gambar 1. Siklus *Design Research* [17]

Tahap yang terakhir adalah analisis tinjauan, yaitu membandingkan antara HLT awal dengan lintasan belajar aktual. Hasil dari analisis tinjauan ini selanjutnya digunakan untuk memperbaiki HLT pada siklus berikutnya.

2.1. Subjek Penelitian

Penelitian ini melibatkan siswa kelas VII SMP Madinatul Hadid tahun pelajaran 2020-2021. Penelitian dilaksanakan mulai 5 Agustus sampai dengan 10 Desember 2021. Subjek penelitian dipilih sebanyak 40 orang siswa, yang terdiri dari 20 orang siswa kelas VII A dan 20 orang siswa kelas VII B. Kelas VII B ditetapkan sebagai kelas pengujian awal (*pilot experiment*), sedangkan kelas VII A ditetapkan sebagai kelas pengujian pengajaran (*teaching experiment*). Kedua kelas tersebut memiliki prestasi dan karakteristik yang identik serta sama-sama belum mendapatkan pengajaran tentang topik himpunan berdasarkan informasi yang diterima dari guru matematika yang mengajar di kedua kelas tersebut.

2.2. Pengumpulan Data

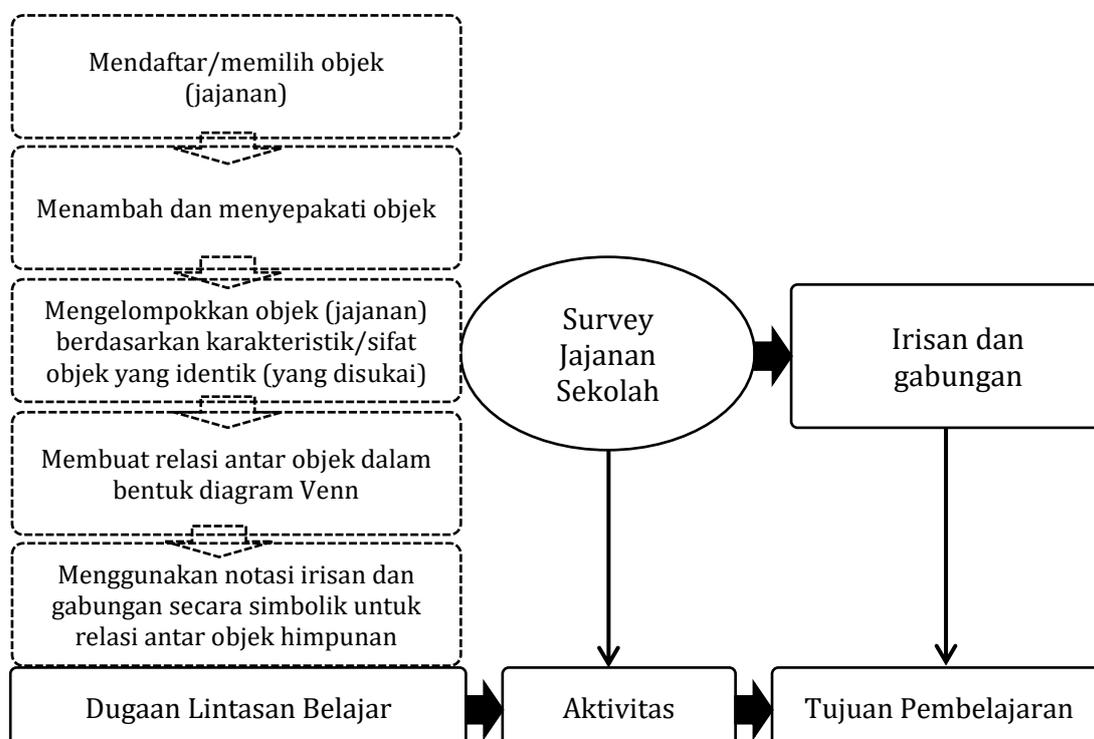
Data penelitian ini berbentuk data kualitatif yang dikumpulkan melalui hasil observasi, wawancara dan dokumentasi. Observasi dilakukan pada saat implementasi pembelajaran, baik pada *pilot experiment* maupun *teaching experiment* menggunakan lembar observasi. Lembar observasi ini memuat aktivitas siswa yang diamati, terutama keaktifan siswa dalam setiap tahapan pembelajaran. Wawancara dilakukan untuk mengkonfirmasi dan mengklarifikasi terhadap setiap temuan, terutama dalam mengungkap lintasan belajar yang dilalui sesuai dengan tujuan yang ditetapkan. Sedangkan dokumentasi merupakan data otentik tentang aktivitas siswa, baik dalam bentuk dokumen hasil kerja siswa maupun dokumen aktivitas siswa yang direkam dalam bentuk video pembelajaran. Dokumentasi ini merupakan data yang sangat penting untuk mengungkap secara detail mengenai aktivitas siswa selama mengikuti pembelajaran.

2.3. Analisis Data

Analisis data dalam penelitian ini menggunakan teknik analisis kualitatif, melalui metode: deskriptif, transkrip, dan klarifikasi [10]. Metode deskriptif digunakan untuk mendeskripsikan situasi dan kondisi yang terjadi selama pembelajaran. Metode transkrip digunakan untuk mentranskripsikan hasil rekaman video maupun wawancara ke dalam bentuk tulisan (transkripsi). Sedangkan metode klarifikasi digunakan untuk menafsirkan seluruh hasil pengamatan selama proses pembelajaran. Dalam hal ini, HLT awal yang telah dirancang dibandingkan dengan hasil analisis data yang diperoleh pada pembelajaran aktual, sehingga diperoleh informasi yang otentik tentang bagaimana siswa mengkonstruksi pengetahuannya. Berdasarkan hasil analisis tersebut, HLT selanjutnya mengalami penyesuaian yang didasarkan pada dugaan baru yang muncul dari hasil pemikiran siswa yang berkembang selama pembelajaran.

3. Hasil dan Diskusi

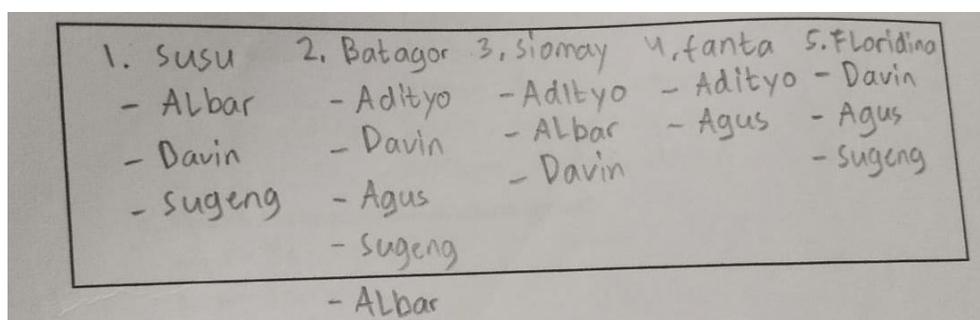
Hasil dari penelitian ini fokus pada perancangan dan penyesuaian HLT seiring dengan perkembangan tingkat pemahaman siswa selama mengikuti pembelajaran. Pada tahap persiapan pengujian, HLT awal dirancang berdasarkan analisis historis pembelajaran himpunan serta hambatan belajar yang dialami siswa. HLT awal ini memuat tujuan pembelajaran, aktivitas pembelajaran dan dugaan lintasan belajar siswa. Secara skematik, rancangan HLT awal ini diuraikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Skema HLT Awal Pembelajaran Irisan dan Gabungan

Tujuan dari pembelajaran ini adalah menentukan irisan dan gabungan serta diagram Venn. Aktivitas pembelajaran dimulai dari survey terhadap kumpulan objek yang ada di sekitar lingkungan sekolah, yaitu jajanan sekolah. Survey jajanan sekolah ini dijadikan sebagai *starting point* pembelajaran di mana selanjutnya siswa diharapkan dapat membangun pemahaman matematika melalui tahapan pembelajaran yang telah dirancang dalam HLT. Dugaan lintasan belajar siswa yang dilalui pada pembelajaran himpunan ini adalah (1) mendaftar/memilih objek, yaitu jajanan yang disukai atau biasa dibeli di kantin sekolah, (2) menambah atau menyepakati objek, siswa dapat mempertimbangkan lebih dari 1 jenis jajanan yang disukai, (3) mengelompokkan objek berdasarkan karakteristik/sifat yang identik, siswa menggunakan definisi himpunan dengan mengelompokkan objek jajanan yang sama, (4) membuat relasi antar objek, siswa membuat relasi adanya objek yang saling berkaitan melalui diagram Venn, dan (5) menggunakan notasi irisan dan gabungan secara simbolik, siswa mengidentifikasi relasi antar himpunan dengan menggunakan notasi formal. Rancangan HLT ini selanjutnya dikembangkan ke dalam bentuk lembar aktivitas peserta didik (LKPD). Ada 3 buah LKPD yang dirancang, yaitu: LKPD 1, memuat permasalahan tentang pendefinisian himpunan; LKPD 2, memuat permasalahan tentang diagram Venn; dan LKPD 3, memuat permasalahan tentang relasi antar himpunan dan notasi irisan dan gabungan.

Pada tahap *pilot experimen*, uji coba pembelajaran dilakukan pada siswa kelas VIIB SMP Madinatul Hadid. Sebanyak 20 orang siswa terlibat dalam 4 kelompok diskusi untuk menyelesaikan permasalahan pada LKPD 1, LKPD 2, dan LKPD 3. Berdasarkan pengamatan terhadap hasil uji coba ini, beberapa aktivitas siswa yang diduga pada rancangan HLT belum muncul sesuai dengan yang ditargetkan. Pada penentuan relasi antar objek, siswa ternyata tidak bisa secara langsung membuat relasi sehingga antara 2 himpunan terjadi relasi. Hal ini disebabkan karena dalam LKPD belum dicantumkan tentang pengelompokkan 2 objek jajanan atau lebih yang disukai. Siswa nampaknya mengalami kesulitan untuk membuat relasi dengan mencermati bawah terdapat anggota himpunan objek yang sama pada himpunan objek yang 1 dengan himpunan objek yang lainnya.



Gambar 3. Pengelompokkan Objek Jajanan oleh Kelompok 1

Berikut ini adalah transkripsi dialog yang terjadi antara peneliti dengan siswa pada kelompok 1 tentang relasi antar himpunan berdasarkan hasil pengelompokan objek jajanan.

Dialog 1:

-
- Guru : "Dapatkah kalian membuat hubungan antara jajanan satu, dua, tiga, empat, dan lima?"
- Albar : "Tidak tahu, Bu"
- Guru : "Apakah ada siswa yang menyukai jajanan lebih dari satu?"
- Adityo : "Ada Bu, Albar menyukai susu, batagor, dan ...hm... siomay"
- Adityo : "Davin menyukai susu, batagor, siomay dan flolidina"
- Guru : "Bagus sekali, apakah kalian bisa membuat pengelompokan jajanan yang disukai lebih dari satu?"
- Agus : "Bisa, bu"
- Guru : "Dapatkah kalian menggambarkannya dalam lingkaran yang saling berhubungan?"
- Sugeng : "Bisa kayaknya...."
-

Dialog pembelajaran tersebut menggambarkan bahwa untuk memahami relasi antar himpunan, siswa perlu memahami terlebih dahulu konteks tentang relasi itu sendiri dengan cara mendaftarkan jajanan yang disukai oleh lebih dari 1 orang. Pada dialog tersebut juga terlihat bahwa siswa nampak ragu untuk bisa menggambarkan relasi antar himpunan dalam bentuk diagram Venn. Akan tetapi, dengan membuat aktivitas pengelompokan jajanan yang terdapat relasi, siswa dapat membayangkan bahwa relasi himpunan dapat digambarkan. Berdasarkan hasil pengamatan terhadap *pilot experimen*, perbaikan terhadap HLT selanjutnya dilakukan dengan memperjelas alur pembelajaran dalam LKPD melalui pemberian *probing question* yang lebih mengarah kepada pemahaman matematis yang ingin dicapai.

Pada tahap *teaching experiment*, HLT yang telah mengalami perbaikan kemudian diimplentasikan pada siswa kelas VII A SMP Madinatul Hadid. Dari 20 orang siswa yang terlibat sebagai subjek penelitian kemudian dibentuk 4 kelompok diskusi; masing-masing kelompok terdiri dari 5 orang siswa. Setiap kelompok mendapatkan 3 buah LKPD. Tiap-tiap LKPD dipelajari dalam satu kali pertemuan. Pertemuan pertama, siswa belajar LKPD 1 mengenai definisi himpunan; pertemuan kedua, siswa belajar LKPD 2, memuat permasalahan tentang diagram Venn; dan LKPD 3, memuat permasalahan tentang relasi antar himpunan dan notasi irisan dan gabungan.

Pertemuan Pertama

Pada pertemuan yang pertama, siswa mempelajari tentang definisi himpunan. Siswa diberi permasalahan kontekstual mengenai jajanan yang disukai. Permasalahan yang diajukan adalah bagaimana cara mengelompokkan jajanan berdasarkan jenis jajanan yang disukai oleh siswa. Detail mengenai permasalahan jajanan ini selengkapnya diuraikan pada masalah 1 berikut ini.

Masalah 1:

Sekolah Madinatul Hadid akan melakukan survey ke setiap siswa kelas VII A mengenai jenis jajanan yang biasa dibeli atau disukai di kantin Madinatul Hadid. Bagaimanakah cara mengelompokkan siswa kelas VII A tersebut sehingga pihak sekolah mengetahui jajanan apa saja yang biasa dibeli atau disukai?

Untuk menyelesaikan masalah 1, setiap siswa terlebih dahulu diberi kesempatan untuk melakukan survey jajanan pada kantin SMP Madinatul Hadid. Siswa yang sudah terbiasa jajan di kantin dapat langsung menuliskan jajanan apa yang disukai atau biasa dibeli. Setiap kelompok selanjutnya diberi kesempatan untuk mendiskusikan cara pengelompokan sehingga dapat diketahui jajanan apa saja yang biasa dibeli atau disukai siswa. Kegiatan siswa pada saat diskusi dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Siswa Berdiskusi tentang Jenis Jajanan yang Disukai

Setiap kelompok memiliki cara tersendiri untuk mengelompokkan siswa berdasarkan jenis jajanan yang biasa dibeli atau disukai. Kelompok 1 dan kelompok 2 memiliki cara yang sama untuk menentukan pengelompokan dengan membuat daftar tabel. Meskipun begitu, jenis jajanan yang didaftarkan masing-masing berbeda.

Donat	Brownis	chiki	Beng-keng	Kalpa	batagor	Sorengan	Chiki	Freastea	teh Pucuk
Angiba	Anggiba	Anggiba	Nadia	Shaikal	-Nadia	-Sabila	-Nadia	-Putri	-Naimah
Iman	Shaikal	Shaikal	Shaikal	Nadia	-Putri	-Nadia	-nazio	-Sabiah	-nadia
Nadia	Iman	Iman	Anggiba	Iman	-Naimah				

(i)

(ii)

Gambar 5. Strategi Pengelompokan Siswa oleh Kelompok 1 (Gambar i) dan Kelompok 2 (Gambar ii)

Strategi pengelompokan yang dilakukan oleh kelompok 1 dan kelompok 2 dapat dicermati pada transkripsi dialog 2 berikut ini.

Dialog 2:

-
- Nadia : "Bu..ini boleh bebas, Bu! Kalau misalkan kita buat pengelompokan dengan tabel boleh, Bu!"
- Guru : "Boleh, kalau dibuat tabel, berarti apa yang dikelompokan?"
- Nadia : "Seperti ini, Bu!" [Sambil memperlihatkan LKPD]
- Guru : "Oke... Silahkan dilanjutkan"
- Putri : "Kalau kita pengelompokannya bentuk love, boleh Bu!"
- Guru : "Bagaimana Putri?" [Beralih ke kelompok 2]
- Putri : "Makanannya bebas kan, Bu!"
- Guru : "Oke"
- Sabila : "Kalau lebih dari dua, boleh kan Bu!"
- Guru : "Boleh"
-

Petikan dialog 2 memperlihatkan bahwa setiap siswa berlomba untuk memberikan kontribusi yang positif terhadap masalah yang disajikan. Pada fase ini siswa telah berupaya untuk membangun pemahaman sendiri secara bertahap.

Cara pengelompokan yang berbeda disajikan oleh kelompok 4, seperti dapat dilihat pada Gambar 6.

Nama siswa	Nama makanan
1. Nayla	1. estream, Ramen
2. Rahma	2. Ramen
3. andini	3. Ramen, eskrim
4. afdal	4. Takoyaki,

Gambar 6. Strategi Pengelompokkan Siswa oleh Kelompok 4

Kelompok 4 mendaftarkan makanan yang disukai oleh siswa dalam tabel yang melintang. Kelompok ini memberikan identifikasi (*title*) pada nama siswa dan nama makanan/jajanan yang disukai. Strategi yang digunakan oleh kelompok ini secara eksplisit dapat dilihat dari dialog 3 berikut.

Dialog 3:

-
- Guru : "Apa yang kalian pikirkan tentang pengelompokan ini?"
- Andini : "Saya menuliskan nama siswa dan nama makanannya, Bu"
- Guru : "Oke.., kenapa harus menuliskan dengan cara seperti ini?"
- Nayla : "Hhm..."
- Afdal : "Saya lihat bahwa Nayla menyukai makanan lebih dari satu, Bu"
- Guru : "Oke.."
-

Petikan pada dialog 3 memperlihatkan bahwa siswa pada kelompok ini telah berupaya untuk membuat relasi. Hal ini agak berbeda dengan kelompok yang lainnya di mana relasi antar himpunan berdasarkan jenis jajanan belum nampak.

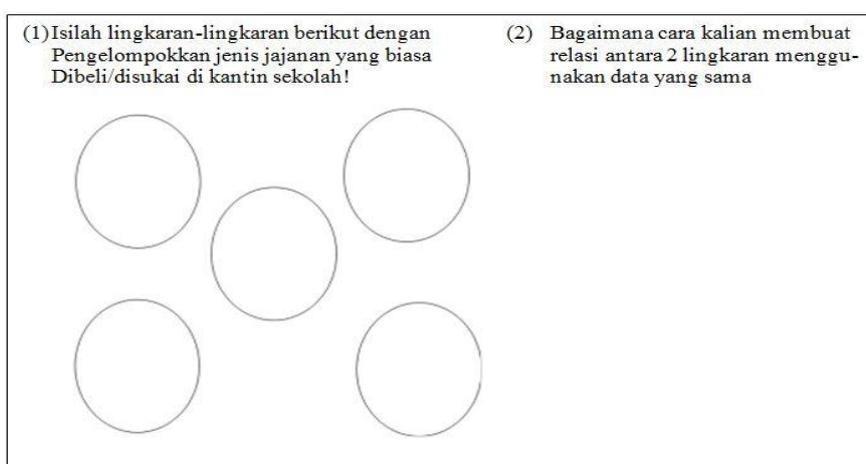
Pertemuan Kedua

Pada pertemuan kedua, siswa belajar untuk mengelompokkan data menggunakan diagram lingkaran. Pada mulanya, siswa hanya diminta untuk mendaftarkan anggota himpunan pada lingkaran-lingkaran yang disajikan secara terpisah. Selanjutnya siswa diminta untuk merelasikan lingkaran-lingkaran tersebut menggunakan data siswa yang menyukai jajanan yang sama. Pada fase ini, guru memperkenalkan relasi secara umum. Masalah matematis yang diajukan pada pertemuan 2 dapat dicermati pada masalah 2 berikut.

Masalah 2:

Setelah kalian mengelompokkan jenis jajanan yang biasa dibeli atau disukai, bagaimana cara kalian membuat relasi (hubungan) antara 2 kelompok makanan yang berbeda?

Petunjuk: (1) isilah setiap lingkaran di bawah ini dengan daftar siswa sesuai dengan jenis jajanan yang disukai, (2) buatlah relasi antara lingkaran-lingkaran tersebut dengan menghubungkan (merelasikan) antara 2 buah lingkaran menggunakan data yang sama.



Gambar 7. Penyajian Data Siswa pada Diagram Lingkaran

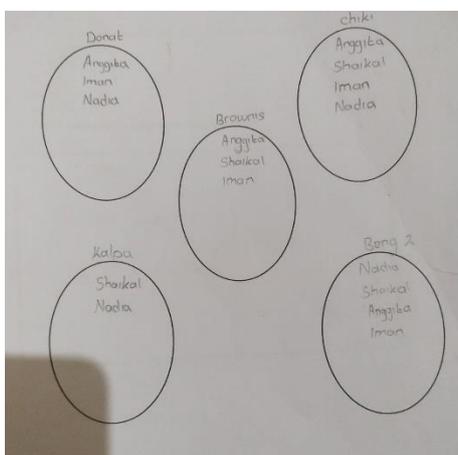
Untuk menyelesaikan masalah 2, siswa perlu mengatur strategi tentang bagaimana membuat relasi antara 2 himpunan. Pada mulanya siswa dapat dengan mudah untuk menyajikan data dalam diagram lingkaran, namun untuk selanjutnya siswa harus memahami tentang makna dari relasi. Dari seluruh rangkaian kegiatan pembelajaran 2, beberapa kelompok dapat langsung memahami relasi dengan meletakkan data siswa pada irisan antara 2 himpunan untuk siswa yang menyukai jenis jajanan A dan jajanan B. Namun, ada juga kelompok yang menuliskan relasi dalam satu lingkaran dengan mendaftarkan makanan yang disukai oleh 2 orang siswa.

Selain itu, ada juga kelompok yang semua anggotanya menyukai 2 jenis jajanan yang sama.



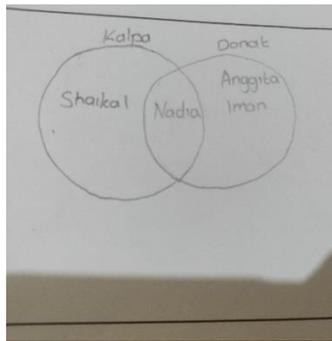
Gambar 8. Siswa Berdiskusi untuk Merancang Strategi Menyelesaikan Masalah 2

Pada bagian (1), sesuai dengan petunjuk soal dalam masalah 2; kelompok 1, kelompok 2, kelompok 3, dan kelompok 5 dapat dengan mudah mengisi lingkaran dengan daftar siswa yang menyukai jenis jajanan tertentu. Demikian pula kelompok 4 dapat mengisi daftar siswa yang menyukai jenis jajanan tertentu, meskipun pada mulanya menyajikan pengelompokkan data siswa dengan cara yang berbeda.



Gambar 9. Penyajian Data pada Diagram Lingkaran Kelompok 4

Pada bagian (2), sesuai dengan petunjuk soal dalam masalah 2, kelompok 1 sudah mampu membuat relasi antara himpunan siswa yang menyukai jajanan kalpa, himpunan siswa yang menyukai jajanan donat, serta himpunan siswa yang menyukai jajanan kalpa dan donat. Relasi antara kedua himpunan tersebut disajikan seperti pada Gambar 10.



Gambar 10. Relasi antar Himpunan yang Dibuat Kelompok 1

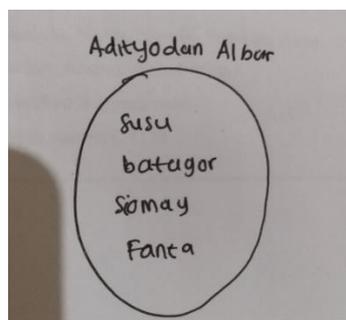
Untuk melihat secara detail strategi penyelesaian masalah yang dilakukan oleh kelompok 1 serta cara berpikir siswa terhadap masalah, berikut disajikan transkripsi dialog antara guru dan siswa pada saat pembelajaran berlangsung.

Dialog 4:

-
- Nadia : "Bu, ini gimana yah cara menghubungkannya?"
- Guru : "Coba cermati, menurut kalian bagaimana dengan siswa yang menyukai satu jenis jajanan? Bagaimana pula siswa yang menyukai dua jenis jajanan?"
- Anggita : "Nadia suka kalpa dan donat?"
- Guru : "Bagaimana kalian berpikir bahwa Nadia harus masuk lingkaran satu dan juga lingkaran dua?"
- Anggita : "Hhm...." [Nampak bingung]
- Anggita : "Berarti harus dibuat berhubungan ya, Bu"
- Guru : "Bagaimana cara membuatnya?"
- Anggita : "Seperti ini..." [Sambil memperlihatkan gambar]
-

Strategi yang dibuat oleh kelompok 1 terfokus pada anggota siswa yang menyukai 2 jenis makanan. Untuk membuat relasi, guru kemudian memberi arahan tentang bagaimana agar anggota siswa tersebut dapat masuk ke lingkaran 1 dan lingkaran 2 sekaligus. Dalam hal ini siswa harus berpikir tentang mengaitkan antara lingkaran 1 dengan lingkaran 2 sehingga membentuk irisan.

Kelompok 3 memiliki cara yang berbeda untuk membuat relasi antara himpunan 1 dengan himpunan 2, Seperti yang tersaji pada Gambar 11.



Gambar 11. Relasi antar Himpunan yang Dibuat Kelompok 3

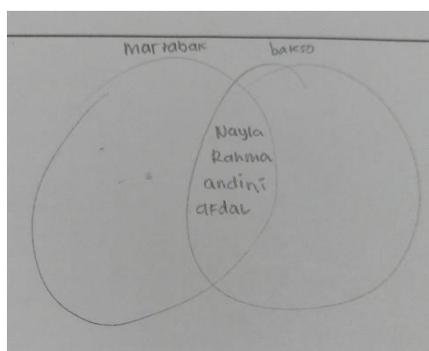
Strategi yang digunakan oleh kelompok 3 dan cara berpikir siswa dapat dilihat pada dialog 5 berikut.

Dialog 5:

.....
 Guru : "Apa yang kalian pikirkan tentang himpunan ini"
 Albar : "Saya dan Adit menyukai jajanan yang sama?"
 Guru : "Apakah kalian memikirkan himpunan yang anggotanya makanan?"
 Adit : "Engga, Bu"
 Albar : "Harusnya yang didaftar adalah nama siswa ya, Bu"
 Guru : "Apakah kalian menyadari kesalahannya di mana?"
 Adit : "Oh... iya, Bu"

Meskipun kelompok 3 melakukan kekeliruan, namun siswa di kelompok ini pada dasarnya sudah mulai menyadari tentang pengertian relasi. Seperti yang terlihat pada dialog 5, relasi terjadi jika terdapat anggota himpunan 1 yang juga menjadi anggota himpunan 2. Kelompok 3 melakukan kekeliruan pada saat mendaftarkan anggota himpunan termasuk identitas himpunan. Di sisi lain, hasil pekerjaan siswa ini dapat menjadi umpan balik di kegiatan berikutnya di mana jika himpunan A sama dengan himpunan B, maka $A \cap B$ adalah A atau $A \cap B$ adalah B.

Apabila dicermati lebih lanjut, siswa pada kelompok 3 sebenarnya sudah memiliki pemikiran lebih maju jika dibandingkan dengan kelompok 4. Perhatikan hasil aktivitas siswa pada Gambar 12 berikut ini.



Gambar 12. Relasi antar Himpunan yang Dibuat Kelompok 4

Untuk menelusuri strategi dan cara berpikir siswa tentang relasi himpunan yang dibuat oleh kelompok 4, berikut dialog yang terjadi antara guru dan siswa yang ditranskripsikan pada dialog 6.

Dialog 6:

.....
 Guru : "Apa yang kalian pikirkan tentang relasi antara kedua himpunan ini?"
 Andini : "Karena semua siswa menyukai makanan yang sama"
 Afdal : "Saya telah menuliskannya satu kali, Bu"
 Guru : "Apakah itu artinya bahwa kedua himpunan memiliki anggota yang sama?"

Nayla : “Benar, Bu”
Guru : “Apakah itu artinya bahwa kedua himpunan adalah sama?”
Andini : “O, iya ya Bu... berarti cukup digambar satu lingkaran saja”
.....

Ada dua hal yang menarik dari dialog 6 yang terjadi antara guru dan siswa, (1) siswa memahami bahwa ketika 2 himpunan memiliki relasi, maka prinsipnya adalah bagaimana merelasikan antara kedua himpunan tersebut sehingga semua anggota dari kedua himpunan tersebut ditulis satu kali, (2) kelompok 4 menyadari kekeliruan yang dilakukan, tetapi selanjutnya mengantarkan kepada pemahaman yang lebih maju di mana relasi dua himpunan yang anggotanya sama adalah himpunan itu sendiri. Dengan demikian, jika himpunan A sama dengan himpunan B, maka relasi dari himpunan A dan himpunan B adalah himpunan itu sendiri. Pada permasalahan selanjutnya situasi ini akan menjadi temuan tersendiri sebagai bagian dari perkembangan pemahaman siswa.

Pertemuan Ketiga

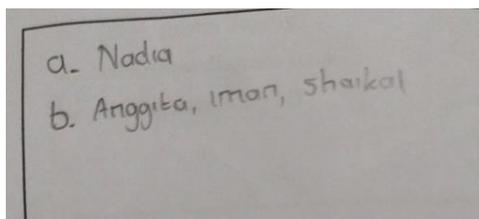
Pada pertemuan ketiga, guru secara hati-hati memperkenalkan tentang diagram Venn. Sesuai dengan kegiatan sebelumnya bahwa diagram Venn dapat digambarkan dengan relasi antar himpunan yang digambarkan dalam bentuk diagram lingkaran. Lingkaran-lingkaran tersebut dapat digambar hanya 1 buah lingkaran, 2 buah lingkaran, bahkan lebih dari 2 lingkaran tergantung kepada anggota yang direlasikan. Melalui relasi antar himpunan yang sudah dibangun oleh siswa, guru selanjutnya mengajukan masalah 3 tentang relasi yang terjadi relasi yang terjadi berkenaan dengan siswa yang menyukai jajanan A, siswa yang menyukai jajanan B, siswa yang menyukai jajanan A dan B, dan siswa yang menyukai jajanan A atau jajanan B. Pada situasi ini guru bermaksud untuk memperkenalkan tentang irisan dan gabungan dari 2 buah himpunan yang mengantarkan siswa pada pengetahuan yang lebih formal.

Masalah 3:

Setelah kalian mengelompokkan jenis jajanan yang biasa dibeli atau disukai, bagaimana cara kalian membuat relasi (hubungan) antara 2 kelompok makanan yang berbeda sehingga diketahui:

1. *Siapa saja siswa yang menyukai jajanan yang pertama dan yang kedua?*
2. *Siapa saja siswa yang menyukai jajanan yang pertama atau yang kedua?*

Ada 2 masalah yang diajukan pada masalah 3. Masalah yang pertama berkenaan dengan konsep irisan, yaitu menentukan anggota himpunan yang merupakan anggota himpunan A sekaligus juga merupakan anggota himpunan B. Masalah yang kedua berkenaan dengan konsep gabungan, yaitu menentukan anggota himpunan yang merupakan anggota himpunan A atau anggota himpunan B. Dari hasil pengamatan terhadap aktivitas siswa, hampir semua siswa dapat dengan mudah menjawab permasalahan tersebut. Hal ini dikarenakan masing-masing siswa telah dapat mendefinisikan relasi dengan tepat.



Gambar 12. Jawaban Kelompok 1 untuk Masalah 3

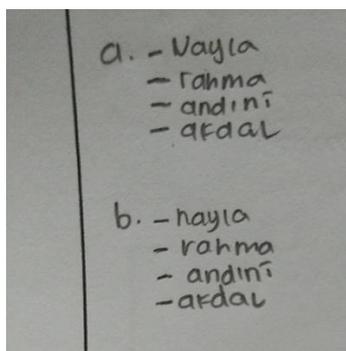
Dialog antara guru dan siswa tentang strategi dan cara berpikir siswa pada kelompok 1 disajikan pada transkripsi dialog 7 berikut.

Dialog 7:

.....
 Guru : "Siapakah yang menyukai kalpa dan donat?"
 Anggita : "Nadia, Bu"
 Guru : "Apakah Nadia menyukai kalpa atau donat?"
 Nadia : "Tidak, Bu"
 Guru : "Kenapa?"
 Nadia : "Karena Nadia menyukai keduanya, tidak salah satunya"
 Guru : "Jadi, siapakah yang menyukai kalpa atau donat?"
 Iman : "Shaikal, Nadia, Anggita, dan Iman, Bu"

Pada dialog 7, guru berupaya untuk memfasilitasi siswa mengenai penggunaan kata "dan" yang mengartikulasikan irisan dan "atau" yang mengartikulasikan gabungan. Secara tanpa sadar siswa mengungkapkan bahwa makna gabungan adalah semua anggota A ditambah anggota B tetapi bukan sekaligus anggota A dan anggota B. Pada kasus di atas, siswa juga dapat langsung memahami bahwa irisan itu berbeda dengan gabungan.

Jawaban yang menarik terlihat pada kelompok 4. Siswa menuliskan jawaban yang sama untuk pertanyaan pertama dan kedua pada masalah 3.



Gambar 13. Jawaban Kelompok 4 untuk Masalah 3

Untuk mengetahui bagaimana cara berpikir siswa pada kelompok 4, berikut disajikan dialog yang terjadi antara guru dan siswa yang ditranskripsikan pada dialog 8 berikut.

Dialog 8:

.....

Guru : "Kok, jawabannya sama, ya"
Andini : "Ya, Bu"
Guru : "Siapa yang bisa menjelaskan, apa alasannya?"
Rahma : "Karena kita menyukai kedua jajanan itu, Bu"
Guru : "Siapakah yang menyukai jajanan martabak dan bakso?"
Nayla : "Nayla, Rahma, Andini, dan Afdal"
Guru : "Siapakah yang menyukai jajanan martabak atau bakso?"
Nayla : "Nayla, Rahma, Andini, dan Afdal"
Guru : "Jadi apa yang kalian pikirkan?"
Rahma : "Hhm.... karena anggotanya sama saja kan, Bu"
Guru : "Bagaimana dengan himpunan jajanan martabak dan himpunan bakso?"
Rahma : "Himpunan yang sama"

.....

Transkripsi dialog 8 memperlihatkan bahwa siswa memahami irisan dan gabungan bisa sama, jika himpunan A sama dengan himpunan B. Di balik itu, himpunan A sama dengan himpunan B, jika anggota himpunan A sama dengan anggota himpunan B. Jadi jika himpunan A sama dengan himpunan B, maka A irisan B sama dengan A gabungan B sama dengan A.

Penutup

Pada kegiatan penutup guru memperkenalkan secara hati-hati tentang notasi irisan ditulis \cap yang memiliki artikulasi dan, dan notasi gabungan ditulis \cup yang memiliki artikulasi atau. Pada akhir pembelajaran guru memberikan Pekerjaan Rumah (PR) berupa masalah himpunan irisan dan gabungan.

Ulasan tentang *Learning Trajectory* yang Dilalui Siswa

Hasil pengamatan terhadap seluruh aktivitas siswa pada pertemuan 1 sampai pertemuan 3 memberikan gambaran bahwa pemahaman siswa mengalami perkembangan. Hal ini seiring dengan lintasan belajar yang dilalui oleh siswa mulai dari masalah nyata, pemodelan, membangun pengetahuan hingga matematika formal. Pada masalah nyata, siswa dihadapkan pada survey tentang jajanan kantin sekolah yang biasa dibeli atau disukai siswa. Siswa kemudian melakukan pemodelan dengan mengelompokkan jajanan tersebut berdasarkan pada nama-nama siswa yang biasa membeli atau menyukai jajanan itu dalam bentuk tabel atau diagram lingkaran. Pengelompokkan jajanan tersebut merupakan himpunan-himpunan jajanan yang bisa dibeli/disukai dan masih disajikan secara terpisah. Pada saat siswa membangun pengetahuan, siswa membuat relasi-relasi antar himpunan dengan cara: (1) mendaftar anggota himpunan yang bisa masuk pada himpunan yang pertama dan himpunan yang kedua, dan (2) mendaftar anggota himpunan yang merelasikan antara himpunan yang pertama dan himpunan yang kedua di mana anggota himpunan A yang sama dengan anggota himpunan B ditulis satu kali. Relasi-relasi yang disajikan dalam bentuk diagram lingkaran selanjutnya diperkenalkan sebagai diagram Venn. Setelah siswa

membuat relasi antara himpunan A dan himpunan B, siswa kemudian menyebutkan siapa yang menjadi anggota A dan B dan siapa yang menjadi anggota A atau B. Pada fase ini siswa telah sampai pada matematika formal di mana istilah irisan yang dinotasikan dengan " \cap " dan gabungan yang dinotasikan dengan " \cup " digunakan.

4. Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian ini diperoleh simpulan bahwa perancangan HLT membantu siswa dalam memahami himpunan pada sub topik irisan dan gabungan. HLT dalam penelitian ini merupakan lintasan belajar yang dirancang berdasarkan dugaan lintasan belajar awal, meliputi: masalah kontekstual, pemodelan, membangun pengetahuan, dan matematika formal. HLT akhir yang diperoleh setelah diimplementasikan adalah mendaftar/memilih objek (survey objek jajanan), mengelompokkan objek berdasarkan karakteristik/sifat objek yang diidentik dalam bentuk himpunan objek yang terpisah, membuat relasi dua himpunan berdasarkan objek (anggota himpunan) yang sama, menggunakan notasi formal irisan dan gabungan. Rekomendasi yang disampaikan berdasarkan penelitian ini adalah: (1) penelitian tentang rancangan HLT memberikan kontribusi positif kepada pemahaman siswa terhadap materi himpunan untuk sub topik irisan dan gabungan, sehingga penelitian serupa dapat dilakukan dengan merancang HLT pengajaran himpunan yang lebih komprehensif, dan (2) penyusunan alur pembelajaran melalui masalah yang disajikan adalah hal yang sangat penting dan perlu ditelaah secara mendalam sehingga siswa dapat mengikutinya sesuai dengan target yang ingin dicapai dalam pembelajaran.

Referensi

- [1] Manurung M M, Windria H, & Arifin S 2018 Desain pembelajaran materi himpunan dengan pendekatan Realistic Mathematics Education (RME) untuk kelas VII *Jurnal Derivat* **5(1)** 19–29 Doi: 10.31316/j.derivat.v5i1.143
- [2] Ferreirós J 2007 *Labyrinth of thought: A history of set theory and its role in modern mathematics* (Basel: Birkhuser Verlag AG)
- [3] Hidayat D W & Pujiastuti H 2019 Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan masalah matematis pada materi himpunan *Jurnal Analisa* **5(1)** 59–67 Doi: 10.15575/ja.v5i1.4120
- [4] Wulandari S 2016 *Pengaruh penggunaan media video pembelajaran pada materi himpunan terhadap hasil belajar matematika siswa kelas VII SMP NU Palembang* (Tesis UIN Raden Fatah) <http://eprints.radenfatah.ac.id/1044/>
- [5] Dwidarti U, Mampouw H L, & Setyadi D 2019 Analisis kesulitan siswa dalam menyelesaikan soal cerita pada materi himpunan *Jurnal Cendekia Jurnal Pendidikan Matematika* **3(2)** 315–322 Doi: 10.31004/cendekia.v3i2.110
- [6] Lestari A 2014 Penerapan pendekatan Realistic Mathematics Education untuk meningkatkan hasil belajar siswa pada materi soal cerita tentang himpunan di kelas VII MTsN Palu Barat *Jurnal Elektronik Pendidikan Matematika Tadulako* **2(1)** 1–10

- [7] Mumu J & Tanujaya B 2018 Desain pembelajaran materi operasi pada himpunan menggunakan permainan 'Lemon Nipis' *Journal of Honai Math* **1(1)** 14–23
Doi: 10.30862/jhm.v1i1.770
- [8] Ratuanik M 2019 Desain pembelajaran pada materi himpunan menggunakan model problem based learning *Asimtot: Jurnal Kependidikan Matematika* **1(2)** 93–104
<https://journal.unwira.ac.id/index.php/ASIMTOT/issue/view/38>
- [9] Sholihah I & Rejeki S 2020 Peningkatan kemampuan berpikir kritis melalui penerapan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) pada pembelajaran himpunan *Kontinu: Jurnal Penelitian Didaktik Matematika* **4(1)** 1–16
Doi: 10.30659/kontinu.4.1.1-16
- [10] Astuti W & Wijaya A 2020 Learning trajectory berbasis proyek pada materi definisi himpunan *Jurnal Riset Pendidikan Matematika* **7(2)** 254–266
Doi: 10.21831/jrpm.v7i2.16483
- [11] Muhtadi D & Sukirwan 2017 Implementasi Pendidikan Matematika Realistik (PMR) untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Matematik dan Kemandirian Belajar Peserta Didik *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika* **6(1)** 1-12
<https://doi.org/10.31980/mosharafa.v6i1.289>
- [12] Warsito, Muhtadi D & Sukirwan 2020 Peranan Pembelajaran Matematika Realistik Melalui Matematisasi Progresif Terhadap Pencapaian Representasi Matematis Siswa SMP *Journal of Authentic Research on Mathematics Education* **2(2)** 132-141
<https://doi.org/10.37058/jarme.v2i2.1789>
- [13] Warsito, Nuraini Y, Sukirwan, & Muhtadi D 2019 The design learning of fraction with realistic mathematics education in elementary school *Journal of Physics Conference Series* **1188**
Doi: 10.1088/1742-6596/1188/1/012110
- [14] Prahmana R C L 2017 *Design research (Teori dan implementasinya: Suatu pengantar)* (Jakarta: Rajawali Press)
- [15] Evi S 2011 Pendekatan Matematika Realistik (PMR) untuk meningkatkan kemampuan berfikir siswa di tingkat sekolah dasar *Metodik Didaktik: Jurnal Pendidikan ke-SD-an edisi khusus* **2** 79–85
http://jurnal.upi.edu/file/9-Evi_Soviawati-edit.pdf
- [16] Gravemeijer K 1994 *Developing realistic mathematics education* (Utrecht: Freudenthal Institute)
- [17] Wijaya A, Elmaini, & Doorman M 2021 A learning trajectory for probability: A case of game-based learning *Journal on Mathematics Education* **12(1)** 1–16
Doi: 10.22342/JME.12.1.12836
- [18] Akker J V D, Bannan B, Kelly A E, Nieveen N, & Plomp T 2007 *An introduction to educational design research* (Netherland: SLO Netherland Institute for Curriculum Development)
- [19] Gravemeijer K & Cobb P 2006 Utrecht, the Netherlands Susan McKenney University of Twente, the Netherl *in Design research from a learning design perspective* 17–51