

LEARNING TRAJECTORY PESERTA DIDIK BERDASARKAN ARGUMENTASI MATEMATIS

Naufal Firdaus*, Supratman, Dedi Muhtadi, Nani Ratnaningsih

Universitas Siliwangi, Jln. Siliwangi No. 24, Tasikmalaya 46115, Jawa Barat, Indonesia

* Corresponding Author: naufalfirdaus14@gmail.com

ARTICLE INFO

Article history

Received: 26 November 2022

Revised: 15 Mei 2023

Accepted: 20 Juni 2023

Keywords

Learning trajectory,
Argumentasi Matematis, Tipe
Argumentasi.

Learning trajectory,
mathematics argumentation,
the mode of argumentation.

ABSTRACT

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis *learning trajectory* peserta didik berdasarkan argumentasi matematis. Penelitian menggunakan kualitatif-deskriptif dengan pendekatan eksploratif. Subjek penelitian diambil secara purposive sebanyak empat orang peserta didik kelas VIII SMP Islam Terpadu Qoshrul Muhajirin berdasarkan *learning trajectory* peserta didik dan tipe argumentasi. Data dikumpulkan menggunakan tes argumentasi matematis, tes tipe argumentasi dan wawancara tidak terstruktur. Teknik analisis data meliputi reduksi data, penyajian data dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menyimpulkan: (1) *learning trajectory* peserta didik pada tipe argumentasi matematis induktif yaitu menyelesaikan permasalahan dengan memanfaatkan gambar pada soal. (2) *learning trajectory* peserta didik pada tipe argumentasi matematis aljabar menggunakan rumus khusus dalam menyelesaikan masalah. (3) *learning trajectory* peserta didik pada tipe argumentasi matematis pictorial menggunakan ilustrasi gambar dengan rumus dalam menyelesaikan masalah. (4) *learning trajectory* peserta didik pada tipe argumentasi matematis perseptual dengan menggunakan bantuan ilustrasi gambar pada soal serta membuktikannya dengan rumus terstruktur.

This study aims to analyze the learning trajectory of students based on mathematical argumentation. The research adopts a qualitative-descriptive approach with an exploratory method. The study subjects were purposively selected, consisting of four students from the eighth grade of Qoshrul Muhajirin Integrated Islamic Junior High School, based on their learning trajectory and types of mathematical argumentation. Data were collected through mathematical argumentation tests, argumentation-type tests, and unstructured interviews. Data analysis techniques included data reduction, data presentation, and conclusion. The research findings can be summarized as follows: (1) The learning trajectory of students in the inductive mathematical argumentation type involves solving problems by utilizing images in the questions. (2) The learning trajectory of students in the algebraic mathematical argumentation type involves using specific formulas to solve problems. (3) The learning trajectory of students in the pictorial mathematical argumentation type involves using illustrated images and formulas to solve problems. (4) The learning trajectory of students in the perceptual mathematical argumentation type involves using illustrated images in the questions and providing structured formulas as evidence to support their arguments.

How to Cite:

Firdaus, N., Supratman, Muhtadi, D., & Ratnaningsih, N. (2023). *Learning Trajectory* Peserta Didik Berdasarkan Argumentasi Matematis. *Journal of Authentic Research on Mathematics Education*, 5(2), 164-176. <https://doi.org/10.37058/jarme.v5i2.5970>

1. PENDAHULUAN

Keberhasilan siswa dalam menyelesaikan masalah tidak hanya didasarkan pada banyaknya pengetahuan yang sudah dimiliki, namun kualitas pengetahuan merupakan hal yang sangat penting. Kualitas pengetahuan siswa akan lebih baik ketika mereka diberikan beberapa peluang untuk berpikir dan bernalar, sehingga siswa dapat mengembangkan pemahaman mereka. Kegiatan tersebut menurut Rosita *et al.*, (2019b) merupakan bagian dari kegiatan argumentasi. Argumentasi diartikan sebagai proses berpikir dan interaksi social di mana individu tersebut membangun dan mengkritik argumen (Nussbaum, 2011). Secara lebih rinci, van Emmeren mengungkapkan argumentasi adalah aktivitas verbal dan social dari penalaran yang bertujuan untuk meningkatkan (atau penerimaan) sudut pandang yang berbeda bagi pendengar atau pembaca dengan mengedepankan perkumpulan dari proporsi yang dimaksud untuk mendengarkan (atau membantah) sudut pandang yang dihadapkan keputusan yang rasional (Blair, 2005).

Driver & Osborne (2000) berpendapat bahwa argumentasi adalah proses yang digunakan seseorang untuk menganalisis informasi kemudian dikomunikasikan kepada orang lain. Dengan kata lain argumentasi juga memiliki sifat persuasif atau dapat mempengaruhi pemikiran seseorang. Argumentasi menjadi keterampilan dan kecakapan hidup yang berguna di abad 21 baik dalam berkomunikasi, berinteraksi, berdialog, bernegosiasi, dan bermusyawarah (Cardetti & LeMay, 2019; Quintana & Correnti, 2019). Selain itu, selama decade terakhir, pendidik sains berpandangan bahwa argumentasi penting untuk pemikiran ilmiah dan konstruksi pengetahuan dan hal itu juga harus menjadi pusat pembelajaran hasil dalam kurikulum sains (Felton & Gilabert, 2009).

Kaitannya dengan matematika, Kuhn & Moore (2015) berpendapat bahwa argumentasi menjadi perhatian khusus bagi keberhasilan siswa dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam pembelajaran matematika. Sementara itu menurut *National Governors Association Center for Best Practice & Council of Chief State School*, argumentasi dalam kelas matematika telah dimasukkan kedalam standar inti untuk praktik matematika sebagai Praktik Standar 3 yaitu membangun argumen yang aktif dan kritik terhadap orang lain (Kirkpatrick, 2016). Oleh karenanya, pembelajaran matematika perlu diarahkan pada pengembangan siswa dalam berargumentasi. Argumentasi digunakan untuk melihat sejauh mana pemahaman dan penguasaan siswa terhadap objek matematis sehingga mampu menggunakan dan menjelaskan objek matematis dalam menyelesaikan masalah.

Beberapa penelitian mengenai argumentasi matematis bisa dilihat dari beberapa aspek tertentu, seperti halnya penelitian Liu *et al.* (2016) mengenai analisis aspek dan sifat argumentasi siswa sekolah menengah terhadap evaluasi di mana hasil temuannya adalah dukungan terhadap argumen memberikan dampak yang besar terhadap evaluasi argumen yang diikuti oleh berbagai jenis representasi sebagai aspek penting dalam mengambil keputusan. Penelitian Kirkpatrick (2016) mengenai siswa yang membangun argumen yang

valid dan mengkritisi alasan orang lain memberikan beberapa pengaruh terhadap motivasi. Selain itu, penelitian Nordin & Björklund Boistrup (2018) menunjukkan bahwa siswa dalam merekonstruksi argumen matematika menggunakan beberapa komunikasi yang ada seperti ucapan, gambar dan simbol. Lebih lanjut, Liu *et al.* (2013) melakukan studi mengenai tipe argumen yang dihasilkan dari cara-cara siswa dalam merepresentasikan argumentasi. Liu mengelompokkan argumen menjadi 4 kategori, yaitu: induktif, aljabar, visual dan perseptual. Argument induktif merupakan argumen yang menyajikan beberapa contoh yang mendukung dari konjektur yang diajukan; argumen aljabar adalah argumen yang dinyatakan berdasarkan konteks representasi simbolik yang kemudian direpresentasikan ulang untuk mendukung konjektur yang diajukan; argumen visual adalah argumen yang mengandalkan grafik dan gambar untuk memberikan penjelasan tentang bukti; dan argumen perseptual adalah argumen yang berhubungan antara masalah yang didukung dengan beberapa penjelasan.

Argumentasi juga merupakan sarana yang dapat mengembangkan kemampuan matematis siswa dalam berbagai hal diantaranya pembuktian matematika (Hoyles & Kuchemann, 2002; Laamena, 2017; Sukirwan, 2016), kemampuan berpikir kritis (Indrawatiningsih, Purwanto, As'ari, Sa'dijah, & Dwiwana, 2019), kemampuan penalaran (Bieda *et al.*, 2013; Nussbaum, 2011a), kemampuan pemahaman matematika (Lameena *et al.*, 2018; Rosita *et al.*, 2019a); Rumsey & Langrall, 2016) dan kreativitas matematis (Begona, 2014). Selain itu, menurut Rumsey & Langrall (2016) ketika siswa menjadi lebih mahir dalam menggunakan argumentasi matematis, mereka mampu dengan baik untuk mendukung klaim mereka dengan contoh dan untuk menantang klaim orang lain dengan contoh yang berlawanan, sehingga mereka lebih percaya diri untuk mengungkapkan ide atau gagasan yang dimilikinya. Oleh karena itu, pembelajaran matematika perlu diarahkan untuk pengembangan siswa dalam berargumentasi matematis.

Namun dari begitu pentingnya kemampuan argumentasi matematis, berdasarkan penelitian Driver *et al.* (1998) menunjukkan bahwa siswa lemah dalam menyajikan dan menyusun argumen (Driver *et al.*, 1998). Selain itu, penelitian Hatzikiriakou & Metallidou (2009) menunjukkan dengan subjek guru matematika menyimpulkan bahwa penyebab sebagian besar siswa tidak dapat melakukan argument matematika dengan baik karena kesalahan mereka dalam menafsirkan pernyataan sehingga mereka keliru membangun model mental dan kesulitan dalam menerjemahkan kesimpulan dari pernyataan. Sementara itu berdasarkan penelitian Reznitskya, dkk. menyimpulkan bahwa kelemahan siswa dalam menulis struktur argumen, memilih konsep atau mendukung teorema, dan membuat contoh tandingan adalah faktor utama yang menghambat siswa dalam membangun sebuah argument yang valid (Rosita *et al.*, 2019). Kemudian berdasarkan hasil wawancara peneliti dengan guru mata pelajaran matematika di SMP IT Qoshrul Muhajirin dapat ditarik kesimpulan sebagian kecil dari peserta didik yang mampu memberikan argument terhadap suatu permasalahan serta masih banyak peserta didik yang kurang berani bertanya mengenai materi yang belum dipahaminya. Sehingga peserta didik tersebut tidak mampu memahami konsep secara menyeluruh dan belum mendapatkan hasil belajar yang memuaskan. Peranan pendidik sangat penting untuk mengembangkan kemampuan argumentasi matematis peserta didik supaya keberhasilan untuk mencapai

tujuan pembelajaran dapat terwujud. Salah satu tugas matematika yang dipilih untuk mengembangkan kemampuan argumentasi matematis adalah geometri.

Belajar geometri bukan hanya mempelajari bentuk, definisi, sifat-sifat maupun rumus dari konsep geometri, namun lebih jauhnya lagi digunakan agar peserta didik memiliki kemampuan menganalisis sifat-sifat bangun datar dan ruang serta mengembangkan argumentasi matematis mengenai hubungan geometri (NCTM, 2000). Oleh karena itu, melalui geometri dapat digunakan sebagai sarana untuk mengembangkan dan melatih kemampuan peserta didik dalam berargumentasi matematis. Terkait hal itu, Rohendi dkk (2018) berpendapat bahwa pembelajaran geometri dapat membantu peserta didik dalam menganalisis dan mengomunikasikan hal-hal terkait dengan bentuk bangun datar maupun bangun ruang yang ada di lingkungan sekitar peserta didik. Namun proses pembelajaran geometri tidak berjalan mulus. Terdapat beberapa asumsi bahwa geometri atau matematika adalah salah satu mata pelajaran yang paling sulit dan tidak disukai oleh sebagian besar peserta didik (Adolphus, 2011). Berdasarkan penelitian Fauzi & Arisetyawan (2020) terdapat siswa yang mengalami kesulitan yang dihadapi peserta didik dalam menjawab soal geometri, diantaranya kesulitan dalam penggunaan konsep, dalam penggunaan prinsip dan kesulitan dalam menyelesaikan masalah-masalah verbal. Hal ini disebabkan karena kesulitan siswa dalam membentuk kontruksi nyata yang akurat, membutuhkan ketelitian dalam pengukuran, membutuhkan waktu yang lama dan bahkan banyak siswa yang mengalami hambatan dalam pembuktian jawaban (Noto, dkk, 2019). Berdasarkan penelitian tersebut menunjukkan peserta didik belum menguasai konsep geometri dengan baik dan mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah geometri. Hal ini berpengaruh terhadap argumentasi matematis terutama dalam menyelesaikan masalah geometri.

Keberhasilan dari belajar geometri adalah untuk mengoptimalkan argumentasi matematis peserta didik bukan hanya diperoleh dari proses belajar, namun perlu diperhatikan juga dari pola pikir siswa sesuai dengan tahap perkembangannya. Salah satu cara yang dapat dimanfaatkan dalam memfasilitasi pola pikir siswa adalah dengan memperhatikan urutan dalam menyampaikan materi yang diberi nama dengan *learning trajectory* (alur belajar). Menurut (Clements & Sarama, 2004) *learning trajectory* adalah deskripsi pemikiran dan pembelajaran anak-anak dalam domain matematika tertentu dan rute yang terkira terkait serangkaian tugas instruksional yang dirancang untuk melahirkan proses mental atau tindakan yang dihipotesiskan untuk menggerakkan anak-anak melalui perkembangan tingkat berpikir, yang dikembangkan dengan tujuan mendukung prestasi anak-anak dari tujuan khusus dalam domain matematika itu. Sedangkan menurut Nurdin (2011) terdapat istilah *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) atau alur belajar hipotetik dan *Learning Trajectory* (LT). HLT adalah dugaan tentang rangkaian aktivitas yang dilalui anak dalam memecahkan suatu masalah atau memahami suatu konsep, sedangkan LT adalah suatu rangkaian aktivitas yang secara actual yang dilalui anak dalam memecahkan masalah atau memahami suatu konsep. Jadi alur belajar yang sesungguhnya merupakan hasil revisi dari alur belajar hipotesis berdasarkan peristiwa yang terjadi saat pembelajaran atau memecahkan masalah berlangsung. Pola hingga alur berpikir siswa dalam memberikan langkah-langkah atau strategi penyelesaian masalah sangatlah beragam. Hal ini sejalan dengan ragamnya proses perkembangan berpikir yang terjadi

pada setiap siswa serta pencapaian tingkat berpikir siswa. Oleh karena itu, guru sangat berperan penting dalam memahami pola pikir siswa, sehingga guru dapat membimbing dan memberi solusi secara tepat. Dengan demikian, proses berpikir siswa akan menjadi terurut dan terstruktur, sehingga siswa dapat mengaplikasikan pengetahuannya terhadap permasalahan. Clements & Sarama (2004) menjelaskan *learning trajectory* menggambarkan mengenai tujuan pembelajaran, proses berpikir dan belajar anak di berbagai tingkatan, dan kegiatan pembelajaran dimana mereka mungkin terlibat.

Surya (2011) berpendapat dengan mengetahui *learning trajectory* akan membantu guru untuk menerapkan model, strategi, bahan ajar, dan penilaian yang tepat sesuai dengan tahapan berpikir peserta didik. Hal itu sejalan dengan pendapat Anwar & Rofiki (2018) yang mendefinisikan *learning trajectory* sebagai proses berpikir peserta didik dalam pembelajaran yang dirancang untuk mencapai tujuan dalam pembelajaran matematika yang dapat meningkatkan pemahaman peserta didik. Selain itu dengan mengetahui *learning trajectory* peserta didik dapat membantu pendidik dalam merancang model/strategi pembelajaran dalam menanggapi proses berpikir matematis peserta didik (Anwar & Rofiki, 2018).

Berdasarkan penjelasan yang telah dipaparkan, *learning trajectory* dalam argumentasi matematis peserta didik dalam kegiatan tersebut menjadi bahasan menarik untuk diteliti. Oleh karena itu penulis termotivasi untuk melakukan penelitian dengan judul "*Learning Trajectory Peserta Didik dalam Argumentasi Matematis*".

2. METODE

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah kualitatif deskriptif dengan pendekatan eksploratif untuk mendeskripsikan *Learning trajectory* peserta didik berdasarkan argumentasi peserta didik, serta data yang terkumpul kemudian dianalisis secara kualitatif.

2.1. Subjek Penelitian

Subjek penelitian adalah 4 peserta didik kelas VIII SMP Islam Terpadu Qoshrul Muhajirin Tahun Pelajaran 2021/2022. Subjek dipilih menggunakan teknik eksplorasi. Peneliti akan mengambil beberapa peserta didik sebagai calon subjek untuk menganalisis *learning trajectory* peserta didik berdasarkan tipe argumentasi matematis dalam menyelesaikan masalah matematika. Sebelum melaksanakan tes, peneliti meminta rekomendasi pada guru untuk menentukan peserta didik yang akan dijadikan calon subjek penelitian yang memiliki kemampuan diatas rata-rata serta komunikatif. Hal yang akan dieksplorasi pada hasil penelitian yaitu menganalisis *learning trajectory* peserta didik dalam menyelesaikan masalah berdasarkan struktur argumentasi dan tipe argumentasi matematis. Peneliti mengambil calon subjek secara kontinu sampai hasil penelitian menemukan semua tipe argumentasi menurut Liu (2013) yaitu tipe argumentasi induktif, aljabar, visual dan perseptual terpenuhi. Peneliti akan memberikan instrument tes kepada salah satu peserta didik kelas VIII (calon subjek 1) jika tidak memenuhi kriteria, maka calon subjek 1 tidak diambil sebagai subjek penelitian ini.

Kegiatan tersebut akan berulang kepada calon subjek lain sampai ditemukan peserta didik yang memenuhi struktur dan tipe argumentasi matematis. Setelah calon subjek

dipilih sebagai subjek penelitian, peneliti akan melakukan pengelompokan kecenderungan tipe argumentasi yang muncul, wawancara untuk memperoleh informasi yang tidak peneliti peroleh dalam pengerjaan soal tes argumentasi matematis yang dilakukan serta menganalisis *learning trajectory* peserta didik subjek penelitian.

2.2. Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah tes kemampuan argumentasi matematis, Tes MCA (*Mathematical of Classification Argumentation*), dan wawancara tidak terstruktur terhadap empat subjek penelitian terpilih. Tes argumentasi matematis terdiri atas satu permasalahan yang memuat tiga indikator berdasarkan Knudsen *et al.*, (2014) dimana peserta didik diminta untuk membuktikan klaim yang diberikan oleh kontraktor terhadap lahan tanah yang tersedia dengan menggunakan strategi-strategi peserta didik dan memberikan argumen terhadap langkah-langkah yang dilakukan. Tes MCA diadopsi dari penelitian Liu *et al.*, (2016) terdiri dari lima masalah yang memuat berbagai argumen-argumen terhadap konjektur dari jawaban atas masalah yang disajikan. Kemudian peserta didik diminta untuk menyusun masalah dan argumen tersebut sesuai dengan argumen yang paling diyakini menurut peserta didik dimana hasil urutan yang paling tinggi menentukan hasil dari tipe argumentasi yang dimiliki oleh peserta didik tersebut. Setelah kedua tes tersebut dilaksanakan, kemudian dilakukan wawancara dan pedoman wawancara yang mengacu kepada indikator kemampuan argumentasi matematis dan tipe argumentasi matematis.

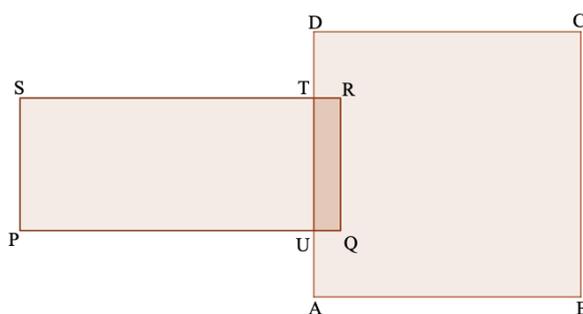
2.3. Analisis Data

Teknik analisis data dilakukan melalui tahapan reduksi data, penyajian data, serta interpretasi dan simpulan data. Tahap reduksi data dalam penelitian ini adalah Penentuan subjek penelitian dengan teknik eksploratif, mengambil beberapa peserta didik sebagai calon subjek untuk menganalisis *learning trajectory* peserta didik berdasarkan tipe argumentasi matematis dalam menyelesaikan masalah matematika, mengambil calon subjek secara kontinu dan diberikan instrument tes. Kegiatan tersebut akan berulang kepada calon subjek lain sampai ditemukan peserta didik yang mampu menjawab soal sampai tuntas berdasarkan struktur dan tipe argumentasi matematis, setelah calon subjek dipilih sebagai subjek penelitian, peneliti akan melakukan wawancara untuk memperoleh informasi yang tidak peneliti peroleh dalam pengerjaan soal tes argumentasi matematis, menganalisis *learning trajectory* peserta didik subjek penelitian, kejadian yang dialami selama mengerjakan tes dan kesulitan yang dihadapi dalam mengerjakan tes, mengoreksi hasil tes argumentasi matematis dan menganalisis struktur argumentasi, tipe argumentasi yang muncul dan *learning trajectory* peserta didik dari jawaban yang diberikan, Hasil tes dan wawancara dengan subjek penelitian kemudian disusun menjadi bahasa yang baik sehingga menjadi data yang siap digunakan. Tahap penyajian data dalam penelitian ini adalah memunculkan dan menunjukkan kumpulan data atau informasi yang terorganisasi dan kategori yang memungkinkan adanya suatu penarikan kesimpulan. Dalam penelitian ini, ditampilkan hasil jawaban peserta didik yang menjadi subjek penelitian dan menyajikan data hasil wawancara kemudian dianalisis secara deskriptif untuk mengetahui *learning trajectory* peserta didik, struktur argumentasi, tipe argumentasi matematis dalam

menyelesaikan masalah matematika serta mampu menyimpulkan sehingga bisa menjawab rumusan masalah. Tahap menarik kesimpulan dan memverifikasi kesimpulan dalam penelitian ini adalah penarikan kesimpulan dari hasil jawaban peserta didik dan diperkuat oleh hasil wawancara, sehingga dapat ditarik kesimpulan terkait *learning trajectory* peserta didik pada tipe argumentasi matematis induktif, aljabar, pictorial, dan perseptual.

Soal tes argumentasi matematis yang digunakan peneliti adalah sebagai berikut:

Pak Samuel memiliki lahan seperti pada gambar berikut:



Lahan ABCD berbentuk persegi dengan panjang sisi 100 m. Lahan PQRS berbentuk persegi panjang dengan ukuran $PQ = 120$ m dan $QR = 50$ m.

Pak Samuel berencana membuat kolam renang pada pertengahan lahan tersebut (daerah yang diarsir) dengan bantuan seorang kontraktor. Pak Samuel menghitung luas lahan yang tidak terpakai adalah 15.000 m^2 lalu memberitahukannya kepada kontraktor.

Menurut kontraktor tersebut perbandingan luas kolam renang dengan lahan ABCD adalah 1:20.

Pertanyaan:

- Apakah menurut kamu pendapat kontraktor tersebut benar? Jika iya, bagaimana kamu menunjukkan kebenarannya? Jika tidak, tunjukkan kesalahannya.
- Simpulan apa yang dapat kamu dapatkan dari situasi di atas?

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Hasil

Berikut akan dipaparkan hasil penelitian tentang *learning trajectory* peserta didik dalam argumentasi matematis berdasarkan tipe argumentasi. Terdapat 4 peserta didik terpilih sebagai subjek penelitian yang mewakili masing-masing satu peserta didik dari tipe argumentasi matematis induktif, aljabar, pictorial, dan perseptual.

Peserta didik dengan tipe argumentasi induktif (S1) terlebih dahulu menuliskan apa yang diketahui dari permasalahan. S1 menuliskan sisi dari persegi = 100 m, Panjang persegi Panjang = 120 m, lebar persegi Panjang 50 m serta luas terpakai 15.000 m^2 . Serta menuliskan unsur-unsur yang ditanyakan yaitu apakah pendapat kontraktor benar serta kesimpulan. Langkah berikutnya S1 menghitung luas dari lahan persegi dengan menggunakan rumus sisi x sisi dan diperoleh 10.000 m^2 . Setelah itu menghitung luas persegi Panjang dengan menggunakan rumus Panjang x lebar dan diperoleh 6.000 m^2 .

Kemudian S1 menggambar ulang bentuk lahan yang terdapat pada soal dan disamping gambar itu diberikan keterangan "*hasil setelah saya teliti $RQ=50$ dan $TR=10$* ". Setelah itu, S1 menghitung luas lahan yang tidak terpakai dengan cara $= 500 \times 19 +$

500×11 yang menghasilkan $15.000 m^2$. Setelah menghitung luas lahan yang tidak terpakai, kemudian S1 membuktikan bahwa lahan persegi ABCD bisa terpakai 20 kolam renang serta membuktikannya dengan perbandingan antara luas lahan ABCD dengan kolam renang mendapatkan 20 : 1 tetapi dituliskan Kembali menjadi 1:20 supaya sesuai dengan pernyataan kontraktor. Pada akhirnya dari jawaban soal nomor 1 S1 menyimpulkan bahwa benar pernyataan dari kontraktor tersebut. Namun ada hal yang menarik dari yang ditulis oleh S1 yaitu pada kesimpulan bahwa dari permasalahan yang disajikan lumayan memusingkan. Setelah dikonfirmasi memusingkan pada bagian awal sebelum membagi-bagi lahan menjadi bagian-bagian kecil yang sama dengan luas kolam renang yang dipakai.

Peserta didik dengan tipe argumentasi aljabar (S2) terlebih dahulu menuliskan apa yang diketahui dari soal dengan cara menggambar ulang gambar yang ada pada soal dengan ukuran yang disebutkan dari soal. Setelah itu S2 menghitung luas persegi dan persegi Panjang. Namun ada hal yang perlu dikonfirmasi dari apa yang dituliskan S2 yaitu menuliskan variabel x pada perhitungan setelah menghitung luas persegi dan persegi Panjang. Setelah itu, S2 melanjutkan pekerjaannya dengan cara menuliskan rumus $(10.000 - x) + (6.000 - x) = 15.000$. Selanjutnya peneliti mengonfirmasi dari apa yang ditulis oleh S2. Kemudian setelah menuliskan rumus tersebut, ternyata untuk menghitung luas dari kolam yang akan digunakan. Diperoleh luas lahannya adalah $500 m^2$. Setelah itu S2 mencoba membuktikan hasil perhitungannya dengan apa yang menjadi pertanyaan dari soal tersebut. Kemudian S2 mencoba menghitung dengan cara mengalikan hasil luas kolam yang diperoleh 500 dikali dengan 20 yaitu dari 20 bagian pada soal ternyata menghasilkan $10.000 m^2$ yang mana luas tersebut merupakan luas persegi. Sehingga S2 menjawab pertanyaan a adalah benar dengan penjelasan $500 m^2$ dikali 20 bagian adalah $10.000 m^2$ sama dengan 1:20 dengan lahan ABCD. Terdapat hal yang menarik juga dalam menjawab soal bagian b, tentang penulisan kesimpulan yang diperoleh dari masalah tersebut. S2 menuliskan uraian singkat dari apa yang menjadi permasalahan pada soal tersebut

Peserta didik dengan tipe argumentasi pictorial (S3) terlebih dahulu menuliskan apa yang diketahui pada soal. Seperti halnya S2, S3 juga menuliskan unsur-unsur yang diketahui yaitu dengan cara menggambar ulang gambar pada soal dengan ukuran yang tertera pada soal. Kemudian S3 menghitung luas lahan ABCD dengan cara mengalikan sisi dengan sisi atau s^2 diperoleh 10.000 m. Setelah itu S3 menghitung luas lahan PQRS dengan rumus Panjang dikali lebar diperoleh 6.000 m. Dari apa yang dituliskan S3, terdapat beberapa kekeliruan yaitu dalam penulisan satuan luas seharusnya dari 10.000 m dan 6.000 m itu satuan panjangnya (m) menggunakan kuadrat karena berbentuk luas. Setelah menghitung luas lahan ABCD dan PPQRS mencoba untuk dijumlahkan adalah 16.000 m. Namun, yang 16.000 m itu tidak ada pengaruh apapun terhadap jawaban soal. Setelah itu S3 menuliskan informasi tambahan terkait apa yang diketahui diantaranya lahan yang tidak terpakai kemudian menuliskan perbandingan luas menurut kontraktor adalah 1:20. Pada permasalahan a, langsung dijawab oleh S3 yaitu benar dengan membuktikannya dengan langkah-langkah sebagai berikut, karena luas kolam renang belum diketahui maka mencari luas kolam renang terlebih dahulu dengan rumus $(10.000 - x) + (6.000 - x) = 15.000$. Dari penjelasan tersebut diperoleh x atau luas kolam renangnya adalah $500m^2$.

Kemudian S3 membuktikan perbandingan lahan ABCD dengan luas kolam renang dengan cara 500:10.000 di mana 500 itu dibagi 1 dan 10.000 itu dibagi 20 sehingga diperoleh perbandingan yang sama yaitu 500 : 500 (Terbukti).

Kemudian untuk pertanyaan kedua tentang kesimpulan yang diperoleh dari permasalahan, S3 menuliskan uraian singkat tentang langkah-langkah penyelesaian menjawab soal. Peserta didik dengan tipe argumentasi perseptual (S4) diketahui bahwa S4 langsung menjawab pertanyaan bagian a tanpa menuliskan apa yang diketahui dari soal dan menjawab benar dengan pembuktian menghitung luas ABCD, menghitung luas PQRS serta menghitung bidang TRUQ atau luas kolam serta menggambar ulang gambar yang terdapat pada soal dengan menuliskan keterangan-keterangan yang ditemui S4. Kemudian untuk membuktikan benar atau tidaknya pernyataan kontraktor itu, S4 mengalikan hasil luas kolam yang diperolehnya dengan 20 karena sesuai dengan napa yang diketahui dan hasilnya adalah $10.000 m^2$ yang mana sama dengan luas persegi ABCD. Setelah itu, S4 tidak puas sampai disana. S4 kemudian membuktikan Kembali dari apa yang diketahui di soal yaitu menghitung luas lahan yang tidak terpakai dengan cara luas PQRS dikurangi 500 diperoleh $5.500 m^2$ dan luas ABCD 10.000 dikurangi 500 diperoleh $9.500 m^2$ dan jika dijumlahkan $5.500 m^2$ dengan $9.500 m^2$ hasilnya adalah $15.000 m^2$ yang sesuai dengan pernyataan Pak Samuel. Kemudian untuk menjawab soal bagian b, S4 menarik kesimpulan secara menyeluruh dari apa yang ditanyakan pada soal yang sudah dikerjakan sebelumnya di mana telah dibuktikan perbandingannya sesuai dan lahan yang tidak terpakainya juga sama dengan yang ada pada soal.

3.2. Pembahasan

Berdasarkan uraian hasil perolehan data di atas, dapat dilihat bahwa terdapat perbedaan hasil kerja antara subjek dengan tipe argumentasi yang berbeda. Hal ini dikarenakan *learning trajectory* yang dilalui oleh setiap peserta didik berbeda (Daro *et al.*, 2011).

Secara keseluruhan, *learning trajectory* peserta didik yang memiliki tipe argumentasi induktif yaitu: (1) memahami masalah; (2) menuliskan informasi yang yang diketahui dari soal; (3) menghitung luas persegi; (4) menghitung luas persegi Panjang; (5) mengukur luas lahan; (6) menghitung luas kolam renang; (7) menghitung luas lahan yang tidak terpakai; dan (8) membandingkan antara luas kolam renang dengan lahan ABCD. Dalam hal ini subjek penelitian yang memiliki tipe argumentasi induktif cenderung memiliki representais dengan cara tersendiri, bisa dilihat dari hasil pengerjaannya tidak menggunakan rumus secara procedural, hanya melihat dari sudut pandang dari ilustrasi gambar yang disajikan di soal serta mengajukan dugaan dari sudut pandang yang lain.

Learning trajectory peserta didik yang memiliki tipe argumentasi aljabar yaitu: (1) memahami masalah; (2) menggambar kembali ilustrasi lahan dengan tambahan unsur-unsur yang diketahui pada soal; (3) menghitung luas lahan persegi dan persegi Panjang; (4) memisalkan x sebagai lahan yang dijadikan kolam; (5) menghitung luas kolam; (6) membuat dugaan atas pertanyaan; (7) mengalikan hasil luas kolam dengan 20; dan (8) membuat kesimpulan. Dalam hal ini subjek penelitian yang memiliki tipe argumentasi aljabar cenderung menuliskan formula atau rumus yang akan digunakan untuk mengungkapkan luas lahan kolam renang. Serta ditemukan dalam penyelesaian

permasalahan subjek tersebut menggunakan persamaan matematis serta menggunakan simbol x untuk mendefinisikan sebuah kolam renang.

Learning trajectory peserta didik yang memiliki tipe argumentasi pictorial yaitu: (1) memahami soal; (2) menuliskan unsur-unsur yang diketahui; (3) menghitung luas lahan ABCD; (4) menghitung luas lahan PQRS; (5) menjumlahkan lahan ABCD dengan lahan PQRS; (6) menggambar ulang ilustrasi gambar dalam soal dengan menuliskan unsur-unsur yang diketahui pada soal; (7) menuliskan dugaan atau konjektur dari pertanyaan a; (8) menghitung luas kolam dengan cara menggunakan rumus aljabar; (9) membuktikan perbandingan antara lahan ABCD dengan kolam renang; dan (10) membuat kesimpulan dengan mengungkapkan uraian yang dikerjakan secara deskriptif. Dalam hal ini subjek penelitian yang memiliki tipe argumentasi pictorial cenderung tidak mengungkapkan argumentasi dalam bentuk gambar, subjek tersebut hanya menggambarkan ilustrasi lahan yang ada pada soal serta dilengkapi dengan unsur-unsur yang diketahui dari soal.

Learning trajectory peserta didik yang memiliki tipe argumentasi perseptual, yaitu: (1) memahami soal; (2) membuat konjektur dari pertanyaan; (3) menghitung luas lahan ABCD; (4) menghitung luas lahan PQRS; (5) menghitung lahan TRUQ dengan pendekatan menghitung perbandingan TRUQ dengan lahan PQRS; (6) membuktikan hasil dugaan luas kolam yang diperoleh dengan cara mengalikan dengan 20 pada lahan ABCD; (7) membuktikan jumlah luas lahan yang tidak terpakai dari luas lahan PQRS dan luas lahan ABCD; dan (7) menyimpulkan dengan deskripsi hasil pengerjaan. Dalam hal ini subjek penelitian yang memiliki tipe argumentasi perseptual cenderung menggunakan gambar dan tulisan atau deskripsi sesuai dengan persepsi atau imajinasi subjek. Hal tersebut terbukti dari pada saat langkah awal membagi-bagi lahan PQRS terhadap luas kolam TRUQ serta membuktikannya dengan mengalikan terhadap apa yang dibandingkan. Selain itu juga subjek tersebut membuktikan informasi yang terdapat pada soal yaitu lahan yang tidak terpakai dari lahan yang dibuatkan kolam renang.

Secara keseluruhan, subjek penelitian dari semua tipe argumentasi matematis memenuhi semua indikator argumentasi matematis menurut Knudsen *et al.*, (2014) yaitu *conjecturing*, *justifying*, dan *concluding*.

4. SIMPULAN

Learning trajectory peserta didik pada tipe argumentasi induktif dengan lintasan belajar yang ditunjukkan yaitu memahami masalah, menuliskan informasi yang diketahui, menuliskan unsur yang ditanyakan, menghitung luas persegi dan persegi panjang, menggambar sketsa lahan, pembuktian hasil perhitungan dan menyimpulkan. *Learning trajectory* peserta didik pada tipe argumentasi aljabar dengan lintasan belajar yang ditunjukkan yaitu memahami masalah, menuliskan unsur yang diketahui, menggambar sketsa, pembuktian, membuat dugaan, dan menyimpulkan. *Learning trajectory* peserta didik pada tipe argumentasi pictorial dengan lintasan belajar yang ditunjukkan yaitu memahami masalah, menuliskan unsur yang diketahui, menggambar sketsa, membuat dugaan, menghitung luas persegi dan persegi panjang, pembuktian, dan menyimpulkan. *Learning trajectory* peserta didik pada tipe argumentasi perseptual dengan lintasan belajar yang ditunjukkan yaitu memahami masalah, membuat dugaan, menghitung luas persegi dan persegi panjang, pembuktian, menyimpulkan.

REFERENSI

- Adolphus, T. (2011). Problems of Teaching and Learning of Geometry in Secondary Schools in Rivers State , Nigeria. *Int. J. Emerg. Sci. IJES*, 1(June), 143–152.
- Anwar, & Rofiki, I. (2018). Investigating students' learning trajectory : a case on triangle. *Journal of Physics: Conference Serie*, 1–7. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1088/1/012021>
- Begona, C. (2014). Proofs, mathematical practice and argumentation. *Springer Science+Business Media Dordrecht*. <https://doi.org/10.1007/s10503-014-9344-0>
- Bieda, K. N., Ji, X., Drwencke, J., & Picard, A. (2013). Reasoning and proving opportunities in elementary mathematics textbooks. *International Journal of Educational Research*. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2013.06.005>
- Blair, J. A. (2005). *A Time for Argument Theory Integration. Critical Problems in Argumentation*. <http://scholar.uwindsor.ca/crrarpub><http://scholar.uwindsor.ca/crrarpub/12><http://scholar.uwindsor.ca/communicationspub>
- Cardetti, F., & LeMay, S. (2019). Argumentation: Building Students' Capacity for Reasoning Essential to Learning Mathematics and Sciences. *PRIMUS*, 29(8), 775–798. <https://doi.org/10.1080/10511970.2018.1482581>
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81–89. <https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602>
- Driver, R., Newton, P., & Osborne, J. (1998). Establishing the norms of scientific argumentation in classrooms. *John Wiley & Sons, Inc*, 287–312. [https://doi.org/https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1098-237X\(200005\)84:3<287::AID-SCE1>3.0.CO;2-A](https://doi.org/https://doi.org/10.1002/(SICI)1098-237X(200005)84:3<287::AID-SCE1>3.0.CO;2-A)
- Driver, R., & Osborne, J. (2000). Establishing the Norms of Scientific Argumentation in Classrooms. In *Sci Ed* (Vol. 84).
- Fauzi, I., & Arisetyawan, A. (2020). Analisis Kesulitan Belajar Siswa pada Materi Geometri di Sekolah Dasar. *Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 11(1), 27–35. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.15294/kreano.v11i1.20726>
- Felton, M., & Gilabert, S. (2009). Deliberation versus Dispute: The Impact of Argumentative Discourse Goals on Learning and Reasoning in the Science Classroom MERCE GARCIA-MILA. In *Informal Logic* (Vol. 29, Issue 4).
- Hatzikiriakou, K., & Metallidou, P. (2009). Teaching deductive reasoning to pre-service teachers: promises and constraints. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7, 81–101. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s10763-007-9113-8>
- Hoyles, C., & Kuchemann, D. (2002). Students' understandings of logical implication. *Educational Studies in Mathematics*, 55, 193–223. <https://doi.org/https://doi.org/10.1023/A:1023629608614>
- Indrawatiningsih, N., Purwanto, As'ari, A. R., Sa'dijah, C., & Dwiyanana. (2019). Students' mathematical argumentation ability in determining arguments or not arguments. *Journal of Physics: Conference Series*. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1315/1/012053>

- Kirkpatrick, J. (2016). *The effects of argumentation on student motivation in mathematics*. <https://scholarworks.uni.edu/hpt>
- Knudsen, J., Lara-Meloy, T., Stevens, H. S., & Rutstein, D. W. (2014). Advice for Mathematical Argumentation. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 19(8), 494–500. <https://doi.org/10.5951/mathteachmidscho.19.8.0494>
- Kuhn, D., & Moore, W. (2015). Argumentation as core curriculum. *Learning: Research and Practice*, 1(1), 66–78. <https://doi.org/10.1080/23735082.2015.994254>
- Laamena, C. (2017). Karakteristik warrant dalam argumentasi dan pembuktian matematis. *Seminar Nasional Hasil Penelitian Universitas Kanjuruhan Malang*, 3, 296–302.
- Lameena, C. M., Nusantara, T., Irawan, E. B., & Muksar, M. (2018). Analysis of the students' argumentation based on the level of ability : study on the process of mathematical proof. *Journal of Physics: Conference Series*, 1–7. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1028/1/012156>
- Liu, Y., Manouchehri, A., Brosnan, P., & Clemens, H. (2013). *Aspects of Mathematical Arguments that Influence Eighth Grade Students' Judgment of*.
- Liu, Y., Tague, J., & Somayajulu, R. (2016). What do eight grade students look for when determining if a mathematical argument is convincing. *IEJME-Mathematics Education*, 11.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for School Mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Nordin, A. K., & Björklund Boistrup, L. (2018). A framework for identifying mathematical arguments as supported claims created in day-to-day classroom interactions. *Journal of Mathematical Behavior*, 51, 15–27. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.06.005>
- Noto, M. S., Priatna, N., & Dahlan, J. A. (2019). Mathematical proof: the learning obstacle of pre-service mathematics teachers on transformation geometry. *Journal on Mathematics Education*, 10(1), 117–126. <https://doi.org/10.22342/jme.10.1.5379.117-126>
- Nuridin. (2011). Trajektori dalam pembelajaran matematika. *Edumatica*, 01(April), 1–7.
- Nussbaum, E. M. (2011a). Argumentation, dialogue theory, and probability modeling: Alternative frameworks for argumentation research in education. *Educational Psychologist*, 46(2), 84–106. <https://doi.org/10.1080/00461520.2011.558816>
- Nussbaum, E. M. (2011b). Argumentation, dialogue theory, and probability modeling: Alternative frameworks for argumentation research in education. In *Educational Psychologist* (Vol. 46, Issue 2, pp. 84–106). <https://doi.org/10.1080/00461520.2011.558816>
- Quintana, R., & Correnti, R. (2019). The right to argue: teaching and assessing everyday argumentation skills. *Journal of Further and Higher Education*, 43(8), 1133–1151. <https://doi.org/10.1080/0309877X.2018.1450967>
- Rohendi, D., Septian, S., & Sutarno, H. (2018). The Use of Geometry Learning Media Based on Augmented Reality for Junior High School Students The Use of Geometry Learning Media Based on Augmented Reality for Junior High School Students. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/306/1/012029>

- Rosita, C. D., Kusumah, Y. S., Suryadi, D., & Kartasasmita, B. G. (2019a). Implementation of cooperative integrated reading and composition (CIRC) to enhance mathematical argumentation ability of mathematics teacher students. *Journal of Physics: Conference Series*, 0–8. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1280/4/042002>
- Rosita, C. D., Kusumah, Y. S., Suryadi, D., & Kartasasmita, B. G. (2019b). Implementation of cooperative integrated reading and composition (CIRC) to enhance mathematical argumentation ability of mathematics teacher students. *Journal of Physics: Conference Series*, 1280(4). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1280/4/042002>
- Rumsey, C., & Langrall, C. W. (2016). Promoting mathematical argumentation. *Teaching Children Mathematics*, 22(7), 413–419.
- Sukirwan. (2016). Argumentasi matematis mahasiswa calon guru pada suatu konjektur matematika. *JPPM*, 9(1), 93–101.
- Surya, A. (2011). Learning trajectory pada pembelajaran sekolah dasar (SD). *Jurnal Pendidikan Ilmiah*, 4(2), 22–26.