

BERPIKIR KRITIS MAHASISWA MELALUI *PROBLEM WITH CONTRADICTORY INFORMATION* (PWCI) DALAM POTRET KEMAMPUAN PRASYARAT INDUKSI MATEMATIKA

Eka Resti Wulan, Dwi Shinta Rahayu

IAIN Kediri, Jalan Sunan Ampel No 7 Kota Kediri, 64127, Indonesia
E-mail: ekaresti.wulan@iainkediri.ac.id

ARTICLE INFO

Article history

Received: 22 Februari 2023

Revised: 15 Juni 2023

Accepted: 24 Juli 2023

Keywords

Berpikir kritis, Problem With Contradictory (PWCI), Induksi Matematika.

ABSTRACT (10 PT)

Potret keterkaitan kemampuan awal dan kemampuan berpikir kritis matematis pada level pendidikan tinggi menjadi satu hal penting untuk dikaji secara komprehensif. Tujuan penelitian ini mendeskripsikan kemampuan berpikir kritis mahasiswa calon guru matematika IAIN Kediri ketika menyelesaikan *Problem with Contradictory Information* (PWCI) berdasarkan kemampuan prasyarat pada induksi matematis. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif deskriptif. Subjek penelitian merupakan mahasiswa semester 5 Tadris Matematika IAIN Kediri yang sedang menempuh mata kuliah Analisis Riil. Subjek dipilih berdasarkan kemampuan prasyarat tinggi, sedang, dan rendah pada materi induksi matematis. Instrumen berupa soal tes kemampuan prasyarat dalam Induksi Matematika, soal tes berpikir kritis bernuansa PWCI, dan pedoman wawancara. Hasil penelitian menunjukkan tahap klarifikasi dapat dipenuhi dengan baik oleh tiap subjek. Mereka mengajukan masalah dengan tepat, kemudian mengidentifikasi bentuk interpretasi lain masalah. Tahap penilaian dipenuhi dengan cara mengevaluasi dugaan awal berupa bentuk simbol matematis. Tahap inferensi terlaksana dengan membuat generalisasi yang tepat. Penegasan proses identifikasinya berupa pola barisan yang terbentuk, meskipun ada generalisasi yang tidak sesuai yang dilakukan subjek tinggi dan sedang. Tahap strategi dilakukan subjek tinggi dan sedang dengan mengambil tindakan berupa *guess and check*. Hal ini berakibat salah satu subjek mengenali kontradiksi, namun yang lain tidak. Pada subjek rendah tidak ada yang mengenali kontradiksi yang ada. Oleh karena itu, diperlukan suatu pendekatan infusi dalam suatu pembelajaran kooperatif yang secara eksplisit memunculkan prinsip-prinsip atau komponen berpikir kritis.

A portrait of the relationship between mathematical critical thinking skills and prior knowledge at a higher education level is vital to study comprehensively. The purpose of this research describes the critical thinking skills of students of Mathematics Teachers IAIN Kediri when completing the Problem with Contradicting Information (PWCI) based on prior knowledge of mathematical induction. This research is descriptive qualitative research. The research subjects were 5th-semester students of Tadris Mathematics at IAIN Kediri who were taking Real Analysis courses. Subjects were selected based on high, medium, and low prior knowledge of mathematical induction. Instruments include prior knowledge tests in mathematical induction, critical thinking tests nuanced PWCI, and interview guidelines. The results show that each subject completes the clarification stage well.

They raised problems correctly, then identified other forms of interpretation of the problem. The assessment stage is fulfilled by evaluating the initial allegations using mathematical symbols. The inference stage is carried out by making the correct generalization. The confirmation of the identification process is in the sequence, although generalizations are not appropriate for high and medium subjects. High and medium subjects carry out the strategy stage by taking action in the form of a guess and check. Finally, one of them recognized the contradiction, but another did not. In the low subject, no one recognizes the contradictions. Therefore, an infusion approach is needed in cooperative learning that explicitly emerges principles or components of critical thinking.

Copyright © 2021 Universitas Siliwangi.
All rights reserved.

How to Cite:

Wulan, E. R. & Rahayu D. S. (2023). Berpikir Kritis Mahasiswa Melalui *Problem With Contradictory Information* (Pwci) Dalam Potret Kemampuan Prasyarat Induksi Matematika ***Journal of Authentic Research on Mathematics Education***, 5(2), 143-163. <https://doi.org/10.37058/jarme.v5i2.6686>

1. PENDAHULUAN

Perkembangan kemampuan berpikir kritis telah lama dikaji pada pendidikan tersier. Kemampuan ini menjadi tujuan luaran pendidikan dan perlu dikembangkan di berbagai tingkatan jenjang, termasuk di pendidikan tinggi (Anugraheni, 2019; Bellaera *et al.*, 2021; Perkins & Murphy, 2006). Dengan berpikir kritis, mahasiswa memiliki koneksi konseptual dengan keputusan reflektif, pemahaman isu, berpikir tingkat tinggi, berpikir logis, pengambilan keputusan, pemecahan masalah, dan metode saintifik (Giancarlo & Facione, 2001; Kim *et al.*, 2013). Selain itu, dengan bekal penguasaan pengetahuan dan informasi tidak cukup bagi mahasiswa untuk bersaing dalam memasuki dunia kerja di abad 21. Persaingan ini menekankan kebutuhan generasi yang kolaboratif, kreatif, inovatif, komunikatif, dan berpikir kritis analitis. Agar mereka siap dan mampu menyelesaikan kompleksitas masalah, baik di dunia kerja maupun kehidupan personal dengan membuat keputusan secara efektif (Clarisa *et al.*, 2021; Peter, 2012; ŽivkoviL, 2016).

Kegiatan dalam mengasah kemampuan berpikir kritis tentu didukung oleh peran penting guru sebagai ujung tombak kemajuan pendidikan. Namun, usaha mengubah *mindset* dan perilaku guru sebagai pemikir kritis bukan perkara mudah, mereka sudah dewasa dan sulit untuk berubah. Oleh karena itu, penyiapan calon guru yang mampu berpikir kritis menjadi lebih strategis daripada perjalanan panjang melatih guru yang sudah ada (As'ari *et al.*, 2017). Di samping itu, pendidikan calon guru matematika salah satunya yang kelak berperan penting mengembangkan kemampuan berpikir kritis siswa (Rochmad *et al.*, 2018; Zayyadi & Subaidi, 2018). Jika kemampuan ini tidak dikuasai oleh calon guru matematika dengan baik, maka akan sulit mengemban tugas dalam pengembangan berpikir kritis siswanya.

Kemampuan berpikir kritis dapat diasah dengan stimulus berupa masalah kompleks dan tidak rutin perlu diintegrasikan dalam pembelajaran (Ismail & Bempah, 2018). Masalah tidak rutin yang menjadi stimulus belajar terdiri dari masalah penemuan dan

masalah pembuktian (Polya, 2014). Masalah non-rutin yang lebih sering diteliti berupa masalah penemuan (Ismail & Bempah, 2018; Mujib *et al.*, 2021; Rochmad *et al.*, 2018; Widodo *et al.*, 2019; Zayyadi & Subaidi, 2018). Kemudian masalah berkategori level kognitif pada sekolah menengah telah dikaji dan dianalisis dengan dasar teori berpikir tingkat tinggi secara umum dan studi pengembangan butir masalah (Angriani *et al.*, 2018; Arifin & Retnawati, 2017; Kurniasi & Arsisari, 2020; Masitoh & Aedi, 2020). Jika dibandingkan, masalah pembuktian jarang dieksplorasi.

Masalah pembuktian dapat berupa masalah *truth-seeking*. Bentuk masalah *truth-seeking* telah dikembangkan sebagai prediktor berpikir kritis (Kurniati *et al.*, 2019). Perilaku *truth-seeking* muncul saat seseorang selalu berusaha menemukan kebenaran dari informasi yang diberikan dan mencari bukti agar dapat menyelesaikan masalah dengan tepat. Masalah *truth-seeking* dapat berupa masalah bernuansa informasi kontradiktori atau *Problem with Contradictory Information* (PWCI) (Kurniati *et al.*, 2019). PWCI disajikan dengan konten informasi yang saling bertentangan (Ardiansyah *et al.*, 2022; Hariati *et al.*, 2022). Seseorang yang skeptis akan melakukan upaya pemeriksaan sebelum mempercayai informasi yang ada pada masalah (Primiero *et al.*, 2017). Oleh karenanya, pemberian masalah berbentuk PWCI dapat mengembangkan kepekaan seseorang dalam menyeleksi informasi kemudian mengiringi perkembangan kemampuan berpikir kritis.

Salah satu bekal penting agar seseorang berhasil mencapai solusi suatu masalah adalah kesadaran akan pengetahuan awal yang terkait (Razak, 2017). Pengetahuan awal yang tidak memadai atau terfragmentasi menjadi masalah penting untuk dipertimbangkan. Jika ada ketidaksesuaian pengetahuan awal yang dibutuhkan dan dasar pengetahuan seseorang yang sebenarnya, maka pembelajaran dapat terhambat sejak awal. (Hailikari *et al.*, 2008). Adanya kontak dengan pengetahuan awal seseorang dengan mudah dapat terlibat saat belajar (Schwartz *et al.*, 2007) dan menghadapi dengan masalah. Kemampuan awal yang sering disebut prasyarat telah dikaji pada siswa sekolah menengah akan hubungannya dengan motivasi dan hasil belajar matematika, serta kemampuan lainnya seperti bernalar logis dan berpikir kritis (Lestari, 2017; Pamungkas *et al.*, 2017; Razak, 2017).

Penelitian terkait PWCI telah banyak diteliti pada siswa berbasis matematika sekolah (Amalia, 2020; Aminudin & Maharani, 2021; Ardiansyah *et al.*, 2022; Hariati *et al.*, 2022; Mutmainah *et al.*, 2021; Rohmah *et al.*, 2022). Selanjutnya pada guru matematika menunjukkan kebanyakan mereka langsung menyelesaikan masalah dan tidak menyadari kontradiksi dari pertanyaan yang diberikan (Hasanah *et al.*, 2022). Lebih lanjut penelitian pada salah satu pendidikan tinggi, menunjukkan 73% mahasiswa juga tidak mampu mengenali informasi kontradiktori pada masalah induksi matematika (Wulan & Ilmiyah, 2022). Belum banyak eksplorasi bagaimana masalah berbasis induksi matematika menjadi sarana untuk memotret tahapan kemampuan berpikir kritis serta kaitannya dengan kemampuan prasyarat mahasiswa. Lebih lanjut, masalah ini sering muncul pada pembuktian di topik matematika lainnya, seperti: bilangan, aljabar, dan analisis. Oleh karena itu, tujuan penelitian ini mendeskripsikan gambaran secara mendalam karakteristik berpikir kritis mahasiswa calon guru matematika ketika menyelesaikan *Problem with Contradictory Information* (PWCI) ditinjau dari kemampuan prasyaratnya pada induksi matematis.

2. METODE

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif. Hal ini dikarenakan penelitian ini bertujuan untuk menggali karakteristik berpikir kritis mahasiswa calon guru matematika ketika menyelesaikan *Problem with Contradictory Information* (PWCI) ditinjau dari kemampuan prasyaratnya pada induksi matematis.

Subjek dari penelitian ini adalah 68 mahasiswa semester 5 Program Studi Tadris Matematika IAIN Kediri yang sedang menempuh mata kuliah Analisis Riil dan telah mempelajari induksi matematis. Selanjutnya subjek penelitian ditentukan dengan sampling purposif sebanyak 6 mahasiswa yang terdiri dari 2 mahasiswa sebagai representasi tingkatan kemampuan prasyarat mahasiswa tinggi, sedang, dan rendah. Subjek dipilih dengan karakteristik jawaban tes kemampuan berpikir kritis yang mendukung fase pertama. Penelitian ini dilaksanakan pada bulan Agustus-Oktober 2022.

Pengumpulan data dilakukan dengan teknik pemberian tes dan wawancara. Instrumen penelitian meliputi: soal tes kemampuan berpikir kritis dalam PWCI, soal tes kemampuan prasyarat terkait Prinsip Induksi Matematika, dan pedoman wawancara semi-terstruktur. Soal tes kemampuan berpikir kritis yang memuat informasi kontradiktori disajikan pada Gambar 1. Sedangkan soal tes kemampuan prasyarat pada masalah induksi matematis ada pada Gambar 2. Pedoman wawancara yang dikembangkan dari indikator berpikir kritis menurut Perkins & Murphy (2006) tampak pada Tabel 1.

Unno mendapatkan tugas kuliah di mata kuliah Analisis Riil. Ia diminta untuk membuat suatu pola barisan bilangan yang selalu bernilai negatif. Setelah mencoba berbagai pola, akhirnya ia memperoleh hasil perhitungan pola berikut.

$$\begin{aligned}1! - 3 &= -2 \\2! - 3^2 &= -7 \\3! - 3^3 &= -21 \\4! - 3^4 &= -57\end{aligned}$$

Bantu Unno untuk menyelidiki, apakah pola tersebut dapat digunakan untuk memenuhi tugas tersebut? Jika iya ungkapkan alasanmu. Jika tidak, gunakan Prinsip Induksi Matematika untuk menguatkan jawabanmu.

Gambar 1. Masalah Induksi Matematika Bernuansa Informasi Kontradiktori

1. Diketahui suatu pernyataan

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

Buktikan bahwa pernyataan di atas benar untuk setiap bilangan asli n .

2. Perhatikan pernyataan-pernyataan berikut.

$$P(1): 1^3 + 2^3 + 3^3 \text{ habis dibagi } 9$$

$$P(2): 2^3 + 3^3 + 4^3 \text{ habis dibagi } 9$$

$$P(3): 3^3 + 4^3 + 5^3 \text{ habis dibagi } 9$$

Apakah pernyataan $P(n)$ yang terbentuk seperti pola di atas benar untuk setiap bilangan Asli n ? Buktikan jawabanmu.

3. Buktikan bahwa $2n - 3 \leq 2^{n-2}$ untuk semua $n \geq 5, n \in \mathbb{N}$.

Gambar 2. Masalah Induksi Matematika

Tabel 1. Pedoman Wawancara Berpikir Kritis Menurut Perkins & Murphy (2006)

Tahap	Deskripsi	Indikator	Pertanyaan Wawancara
<i>Clarification</i> (Klarifikasi)	Menyatakan, mengklarifikasi, mendeskripsikan (bukan menjelaskan) atau mendefinisikan masalah yang dibahas	<ul style="list-style-type: none"> • Mengajukan suatu isu yang diperdebatkan • Menganalisis, menegosiasi, atau mendiskusikan maksud dari isu • Mengidentifikasi satu atau lebih asumsi dibalik pernyataan yang dibahas • Mengidentifikasi hubungan antara pernyataan atau asumsi • Mendefinisikan istilah yang relevan dengan masalah 	<ul style="list-style-type: none"> • Apa saja informasi yang kamu ketahui dari masalah tersebut? Jelaskan. • Apa saja yang kamu ketahui terkait yang ditanyakan/ yang diminta dari masalah tersebut? Jelaskan. • Apa saja konsep/ide matematika yang menurutmu relevan untuk menyelesaikan masalah tersebut? Jelaskan.
<i>Assessment</i> (Penilaian)	Mengevaluasi beberapa aspek yang diperdebatkan; membuat keputusan pada suatu situasi, mengusulkan bukti untuk argumen atau hubungannya dengan masalah lain.	<ul style="list-style-type: none"> • Memberikan/meminta alasan bahwa bukti yang diajukan adalah sah dan relevan. • Menentukan kriteria yang digunakan untuk menilai suatu kondisi • Membuat suatu penilaian benar atau salah atas suatu kriteria, situasi, atau topik. • Mengajukan bukti untuk pilihan kriteria penilaian. 	<ul style="list-style-type: none"> • Apa saja syarat-syarat yang mesti dipenuhi untuk menyelesaikan masalah? Jelaskan. • Mengapa syarat-syarat tersebut diperlukan untuk menyelesaikan masalah? Jelaskan. • Apa saja yang perlu dibuktikan dari syarat-syarat yang kamu kemukakan? Jelaskan. • Apa alasan menarik kesimpulan pada tiap tahapan pembuktianmu?
<i>Inference</i> (Inferensi)	Menunjukkan hubungan antar ide; menarik kesimpulan yang tepat dengan deduksi atau induksi, generalisasi, menjelaskan (bukan mendeskripsikan), dan membuat hipotesis.	<ul style="list-style-type: none"> • Membuat deduksi yang sesuai. • Membuat kesimpulan yang sesuai. • Menemukan kesimpulan akhir. • Membuat generalisasi. • Menyimpulkan hubungan antar ide. 	<ul style="list-style-type: none"> • Apa kesimpulan awal yang kamu peroleh dari pertanyaan? • Apakah ada pola/generalisasi tertentu yang kamu buat ketika menyelesaikan masalah tersebut? Jika ada jelaskan. • Apa saja kesimpulan yang kamu peroleh pada tiap tahapan pembuktianmu?
<i>Strategy</i> (Strategi)	Mengusulkan, mendiskusikan, atau mengevaluasi tindakan yang mungkin dilakukan.	<ul style="list-style-type: none"> • Mengambil suatu tindakan. • Mendeskripsikan tindakan yang mungkin dilakukan. • Mengevaluasi tindakan yang mungkin. • Memprediksi hasil dari tindakan yang diusulkan. 	<ul style="list-style-type: none"> • Jelaskan, bagaimana langkah-langkah yang telah kamu lakukan untuk menyelesaikan masalah tersebut? • Mengapa langkah-langkah tersebut kamu ambil? • Menurutmu, apa hasil yang kamu harapkan dari langkah-langkah tersebut?

-
- Apakah kamu sempat memikirkan cara lain untuk menyelesaikan? Jika ada, jelaskan mengapa.
-

Instrumen dikembangkan melalui forum diskusi sejawat sesama dosen pendidikan matematika, dan diuji validitas isinya oleh ahli pendidikan matematika. Validitas isi dianalisis dengan Aiken-V (Aiken, 1985). Sedangkan kesepakatan antar validator diuji dengan menggunakan Cohen-Kappa statistik (Mandrekar, 2011; McHugh, 2012). Teknik analisis data kualitatif dilakukan melalui: (1) reduksi data, (2) penyajian data, dan (3) penarikan kesimpulan atau verifikasi (Miles & Huberman, 1994).

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Hasil

Pada bagian ini akan dipaparkan hasil tes kemampuan berpikir kritis dan hasil wawancara yang dikode dengan indikator berpikir kritis menurut Perkin & Murphy, yaitu klarifikasi, penilaian, inferensi, dan strategi (Perkins & Murphy, 2006). Setelah dilakukan tes, dipilih masing-masing 2 mahasiswa dari kategori kemampuan prasyarat tinggi, sedang, dan rendah, untuk diwawancarai. Selain kemampuan prasyarat, kemampuan komunikasi dan interpersonal yang baik menjadi pertimbangan pemilihan subjek. Data dari 6 subjek dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Data Subjek Wawancara

No	Subjek	Skor Kemampuan Prasyarat	Skor Berpikir Kritis	Kategori Subjek
1.	S1	98.33	100	KPM Tinggi
2.	S2	93.33	66.67	KPM Tinggi
3.	S3	80	75	KPM Sedang
4.	S4	85	91.67	KPM Sedang
5.	S5	45	58.33	KPM Rendah
6.	S6	40	66.67	KPM Rendah

3.1.1 Berpikir kritis calon guru matematika pada masalah bernuansa informasi kontradiktori dengan kemampuan prasyarat tinggi

Kemampuan prasyarat tinggi direpresentasikan oleh S1 dan S2. Keduanya secara umum memberikan jawaban yang berbeda. Jika S1 dapat mengenali informasi kontradiktori yang diberikan, sedangkan S2 tidak mampu mengenalinya. Hal ini ditunjukkan pada kesimpulan yang diberikan oleh S1 dan S2 pada hasil jawaban subjek seperti Gambar 3 dan Gambar 4, secara berurutan. Perbandingan kemampuan berpikir kritis S1 dan S2 dapat dilihat pada bagan seperti Gambar 5.

Tahap Klarifikasi menurut hasil jawaban S1, dapat diperoleh informasi bahwa ia mampu menuliskan masalah yang sedang dihadapi melalui apa yang diketahui dan ditanya, sedangkan S2 hanya menuliskan informasi yang diketahui. Ketika dikonfirmasi

melalui wawancara diperoleh informasi bahwa keduanya mampu mengungkapkan informasi dengan lengkap, yaitu diberikan nilai empat suku dari suatu barisan, kemudian diminta mengecek apakah barisan tersebut selalu bernilai negatif. Hal tersebut diperoleh dari hasil analisis S1 dan S2 terhadap masalah, sehingga keduanya mampu mengidentifikasi isu dibalik pertanyaan yang diajukan. S1 dan S2 mendefinisikan konsep matematika yang relevan dengan masalah, meskipun konsep yang disampaikan berbeda.

Pada tahap Penilaian jawaban S1 dan S2 menunjukkan keduanya mampu memberikan alasan dari kesimpulan yang dibuatnya. Dari hasil wawancara, keduanya mengajukan dugaan awal yang berbeda. S1 menyatakan bahwa dari masalah bernuansa informasi kontradiktori yang diberikan, bahwa pola yang diajukan oleh Unno tidak selalu bernilai negatif. Sedangkan S2 menyatakan sebaliknya. S1 menyatakan bahwa $n!$ menghasilkan faktor yang selalu lebih besar dari 3^n , dimana faktornya hanya 3. Hal ini membuat S1 menduga bahwa pola yang dihasilkan tidak selalu negatif. Sedangkan S2 melihat dari informasi yang diberikan dan membuat kesimpulan induktif bahwa barisan yang dihasilkan selalu bernilai negatif, Dari dugaan awal yang disampaikan keduanya juga mampu menentukan kriteria agar dugaannya masing-masing terbukti benar. Kemudian memberikan bukti dari masing-masing kriteria yang sudah ditetapkan, meski bukti disampaikan menggunakan beberapa argumen yang tidak valid. Selanjutnya, S1 dan S2 masing-masing dapat mengemukakan alasan-alasan dalam menarik kesimpulan.

$n!$ Diketahui: $P(1): 1! - 3^1 = -2$
 $P(2): 2! - 3^2 = -7$
 $P(3): 3! - 3^3 = -21$
 $P(4): 4! - 3^4 = -57$

maka dapat disimpulkan pola
 $P(n): n! - 3^n$

ditanyakan Apakah pola $P(n): n! - 3^n$ adalah benar.

1) Asumsikan $P(n)$ benar $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 7$
 misalkan $n = 7$
 $P(7): 7! - 3^7 = 5.040 - 2.187$
 $= 2.853$

Karena uno harus menghasilkan angka negatif
 maka $P(7)$ tidak benar (terjadi kontradiksi)

Jadi $P(n) \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 7$ itu tidak terbukti benar
 maka pola yang digunakan unno tidak benar $\forall n \in \mathbb{N}$

\Rightarrow asumsikan $P(k)$ benar $n=k$. ganti syarat $n < 7$.
 $P(k): k! - 3^k$
 Ahib $k = k+1$ $P(k+1)$ benar.
 $P(k+1): (k+1)! - 3^{k+1}$
 $\frac{(k+1)!}{(k+1)} - 3^k \cdot 3$

Jambil $k = 6$
 $P(6): 6! - 3^6 = -9$

\therefore Pola yang dirumuskan unno akan terbukti benar ketika
 $P(n) \forall$ setiap $n \in \mathbb{N}$ dengan syarat $n < 7$

Gambar 3. Hasil Jawaban Tes Berpikir Kritis S1

$1! - 3 = -2$
 $2! - 3^2 = -7$
 $3! - 3^3 = -21$
 $4! - 3^4 = -57$

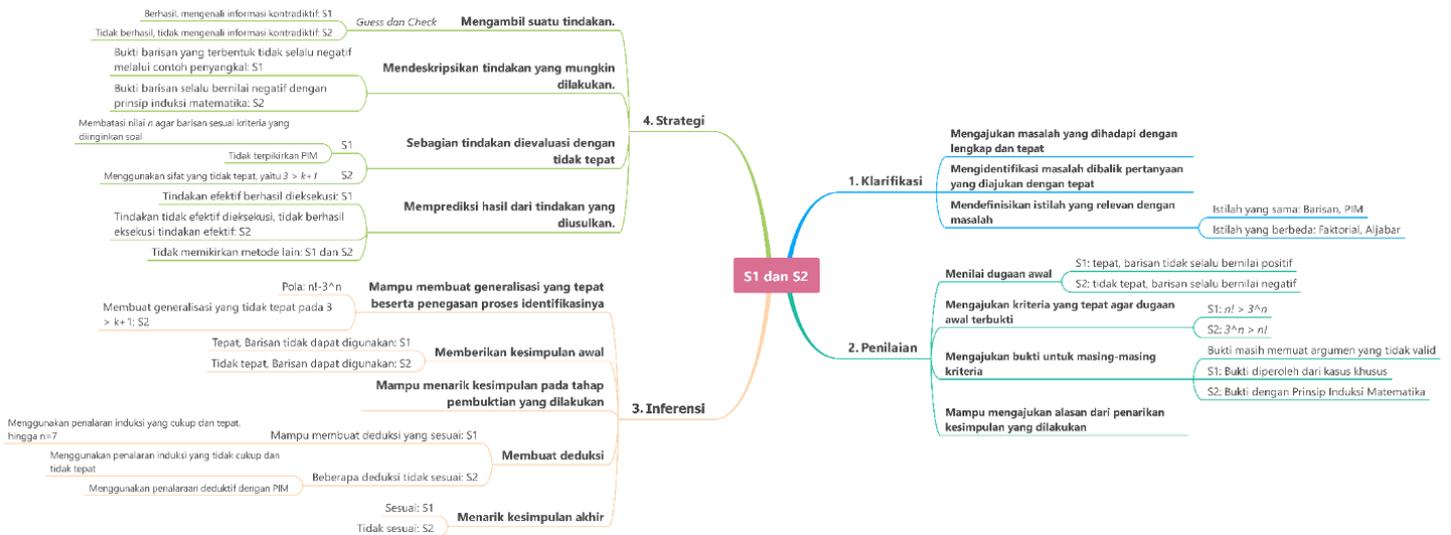
Kita anggap $n \in \mathbb{N}$.
 Misalkan $P(n) : n! - 3^n$ untuk $n \in \mathbb{N}$
 A.S.B $P(n) : n! - 3^n$ selalu bernilai negatif benar untuk setiap $n \in \mathbb{N}$
 Langkah basis
 A.S.B $P(1)$ bernilai negatif
 $P(1) = 1! - 3 = -2 \rightarrow P(1)$ bernilai negatif benar

Langkah induksi
 Asumsikan benar untuk $P(k)$
 $k! - 3^k = \text{negatif}$ artinya nilai $3^k > k!$
 A.S.B benar $P(k+1)$ bernilai negatif
 $(k+1)! - 3^{(k+1)} = k!(k+1) - 3^k \cdot 3$
 mean bisa buktikan bahwa $3^{(k+1)} > (k+1)!$
 $3^{(k+1)} = 3^k \cdot 3$
 $> 3^k \cdot (k+1)$
 $> k! \cdot (k+1)$
 $> (k+1)!$
 dan sini kita peroleh $3^{(k+1)} > (k+1)!$ maka pernyataan
 $k!(k+1) - 3^{(k+1)}$ menghasilkan bilangan negatif. artinya
 $P(k+1)$ bernilai negatif all benar.

∴ pola $P(n) : n! - 3^n$ selalu bernilai negatif untuk setiap $n \in \mathbb{N}$
 sehingga pola $P(n)$ bisa digunakan untuk menemukan angka tersebut.

Gambar 4. Hasil Jawaban Tes Berpikir Kritis S2

Dari tahap strategi menunjukkan dari jawaban S1 dan S2, keduanya mampu membuat generalisasi dari pola barisan yang terbentuk dengan tepat, yaitu $n! - 3^n$. Namun S2 tidak dapat membuat deduksi yang sesuai pada pembuktian langkah induksi yang dilakukan. Selain itu, karena pengambilan kesimpulan dilakukan dengan penalaran induktif dari kasus yang tidak cukup, ia tidak dapat memperoleh kesimpulan akhir yang tepat. Kesimpulan dari hasil tahapan induksi matematika beberapa sudah tepat dilakukan, namun pada langkah induksi masih terdapat generalisasi yang tidak tepat yaitu $3 > k + 1$. Hal ini kontradiksi, dan membuatnya membuat kesimpulan yang tidak tepat. Berbeda dengan S1, pengambilan kesimpulan diawali dengan penalaran induktif dari kasus-kasus yang cukup. S1 juga melakukan penalaran deduktif dengan menyimpulkan hubungan antara $n!$ dan 3^n dari definisi yang sudah ada, membuatnya berpikir $n! > 3^n$. Meskipun, pembuktian secara formal dengan induksi matematika tidak dilakukan. S1 juga tidak memikirkan metode lain untuk menemukan solusinya.



Gambar 5. Berpikir Kritis PWCI Subjek Kemampuan Prasyarat Tinggi

3.1.2 Berpikir kritis calon guru matematika pada masalah bernuansa informasi kontradiktori dengan kemampuan prasyarat sedang

Kemampuan prasyarat sedang direpresentasikan oleh S3 dan S4. Keduanya secara umum memberikan jawaban yang berbeda. Jika S3 tidak dapat mengenali informasi kontradiktori yang diberikan, sedangkan S4 mampu mengenalinya. Hal ini ditunjukkan pada kesimpulan yang diberikan oleh S3 dan S4 pada hasil jawaban subjek seperti Gambar 6 dan Gambar 7, secara berurutan. Perbandingan kemampuan berpikir kritis S3 dan S4 dapat dilihat pada bagan seperti Gambar 8.

Hasil jawaban S3 menunjukkan bahwa ia mampu menuliskan informasi meski tidak lengkap. Ia juga mampu menuliskan hasil identifikasinya terkait masalah yang akan diselesaikan. Sedangkan S4 hanya menuliskan informasi yang ada pada soal, namun tidak menuliskan masalah apa yang sedang dihadapi. Hasil wawancara menunjukkan bahwa keduanya mampu mengungkapkan informasi dengan lengkap, yaitu diberikan nilai empat suku dari suatu barisan, kemudian diminta mengecek apakah barisan tersebut selalu bernilai negatif. Hal tersebut diperoleh dari hasil analisis S3 dan S4 terhadap masalah, sehingga keduanya mampu mengidentifikasi isu dibalik pertanyaan yang diajukan. S3 dan S4 mendefinisikan konsep matematika yang relevan dengan masalah, meskipun konsep yang disampaikan berbeda.

Merujuk jawaban S3, terlihat bahwa S3 mampu memberikan alasan bahwa bukti yang dipaparkannya melalui pengecekan kasus per kasus dapat digunakan untuk menarik kesimpulan. Pada jawaban S4 ditemukan hal yang sama, meskipun kesimpulan yang dibuat berbeda, ia dapat memberikan alasan dari bukti yang disajikan. Hal ini terkonfirmasi dari hasil wawancara. Selain itu, diperoleh S3 belum mampu menentukan kriteria yang tepat untuk ia gunakan ketika menduga solusi, yaitu pola yang diberikan harus bernilai negatif dari nilai-nilai n yang diketahui saja. Berbeda dengan S4 yang mampu menentukan kriteria yang tepat, yaitu jika dicoba pada beberapa n yang lain bernilai negatif, maka kemungkinan barisan dapat digunakan, namun jika bernilai positif artinya tidak dapat digunakan. S3 dan

S4 mengajukan bukti dari kriteria yang telah ditetapkan. Masing-masing mengecek hasil perhitungan apakah negatif atau positif, kemudian disimpulkan.

1) $1! - 3 = -2$
 $2! - 3^2 = -7$
 $3! - 3^3 = -21$
 $4! - 3^4 = -57$

Klarifikasi
 Penilaian
 Inferensi
 Strategi

Pola barisan bilangan yang selalu bernilai negatif. Apakah pernyataan diatas memenuhi?

Jawab:
 Ya. Karena untuk setiap nilai n yang dimasukkan ke dalam suatu perhitungannya hasilnya bernilai benar.
 Misalnya untuk pola $n! - 3^n$
 $p(1) = 1! - 3^1 = -2$ (Benar)
 $p(2) = 2! - 3^2 = 2 - 9 = -7$ (Benar)
 $p(3) = 3! - 3^3 = 6 - 27 = -21$ (Benar)
 $p(4) = 4! - 3^4 = 24 - 81 = -57$ (Benar)

Dapat disimpulkan bahwa pola barisan bilangan yang digunakan Unno adalah $n! - 3^n$ bernilai Benar.

Gambar 6. Hasil Jawaban Tes Berpikir Kritis S3

1) $1! - 3 = -2$
 $2! - 3^2 = -7$
 $3! - 3^3 = -21$
 $4! - 3^4 = -57$

Klarifikasi
 Penilaian
 Inferensi
 Strategi

polanya $n! - 3^n$

Jika kita lanjutkan
 $5! - 3^5 = -123$
 $6! - 3^6 = -9$
 $7! - 3^7 = 205$ (+)

Pola tsb tsb dpt digunakan
 $n! - 3^n = -$

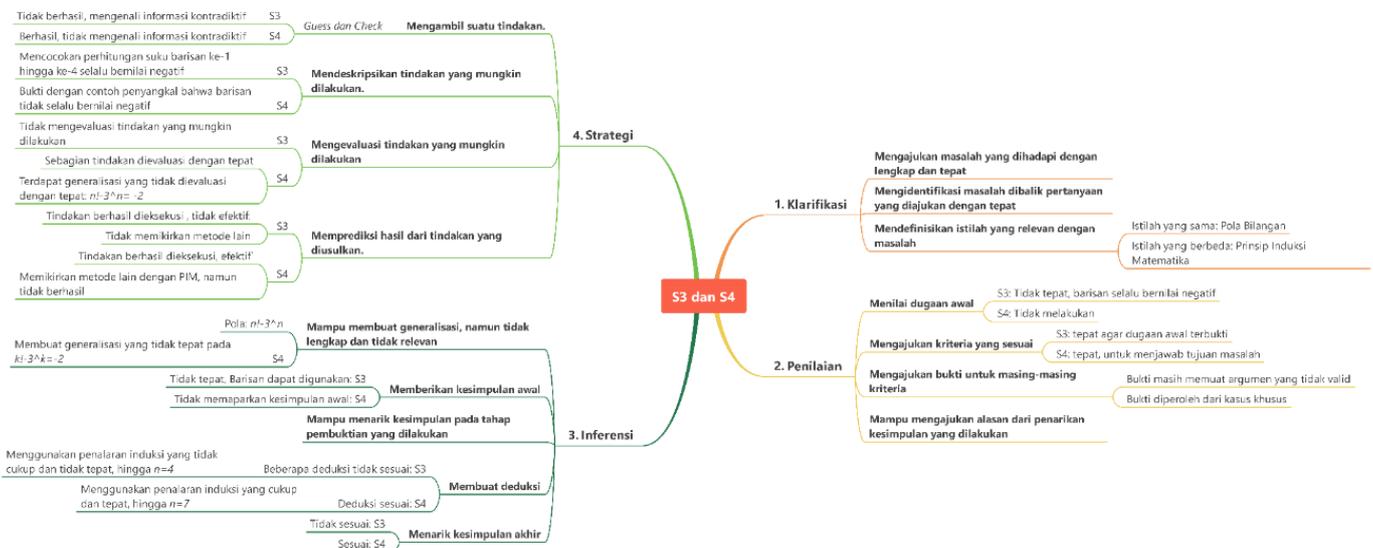
- langkah basic
 buktikan bahwa $P(1)$ benar
 $1! - 3 = -2$
 $1 - 3 = -2$
 $-2 = -2$

+ langkah induksi
 Jika $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ benar
 $k! - 3^k = -2$
 Jika $P(k+1)$ benar
 $(k+1)! - 3^{k+1} = -2$
 $k! + 1! - 3^k = -2$
 $k! - 3^k = -2$

Gambar 7. Hasil Jawaban Tes Berpikir Kritis S4

Dari jawaban S3 dan S4, keduanya mampu membuat generalisasi dari pola barisan yang terbentuk dengan tepat, yaitu $n! - 3^n$, dapat pula menegaskan bagaimana ia memperoleh pola. Meskipun S3 tidak dapat menyatakan pernyataan terkait pola dengan

jas. Sedangkan S4 menggunakan pola dalam pernyataan yang tidak relevan, yaitu $k! - 3^k = -2$. Generalisasi dibuat karena S4 hanya fokus pada pernyataan pertama $1! - 3^1 = -2$. Temuan ini didukung hasil wawancara. Hasil wawancara lainnya menunjukkan bahwa S3 memiliki kesimpulan awal bahwa barisan benar dapat digunakan, sedangkan S4 tidak membuat kesimpulan awal. Selanjutnya, S3 mengambil kesimpulan positif atau negatif dari hasil perhitungannya dengan tepat, namun ia tidak dapat memperoleh kesimpulan akhir yang tepat. Ia menggunakan penalaran induktif yang digunakan dari kasus yang tidak cukup untuk menarik kesimpulan. Berbeda dengan S4, pengambilan kesimpulan diawali dengan penalaran induktif dari kasus-kasus yang cukup, yaitu hingga $n = 7$. Meskipun, pembuktian secara formal dengan induksi matematika tidak berhasil dilakukan.



Gambar 8. Berpikir Kritis PWCI Subjek Kemampuan Prasyarat Sedang

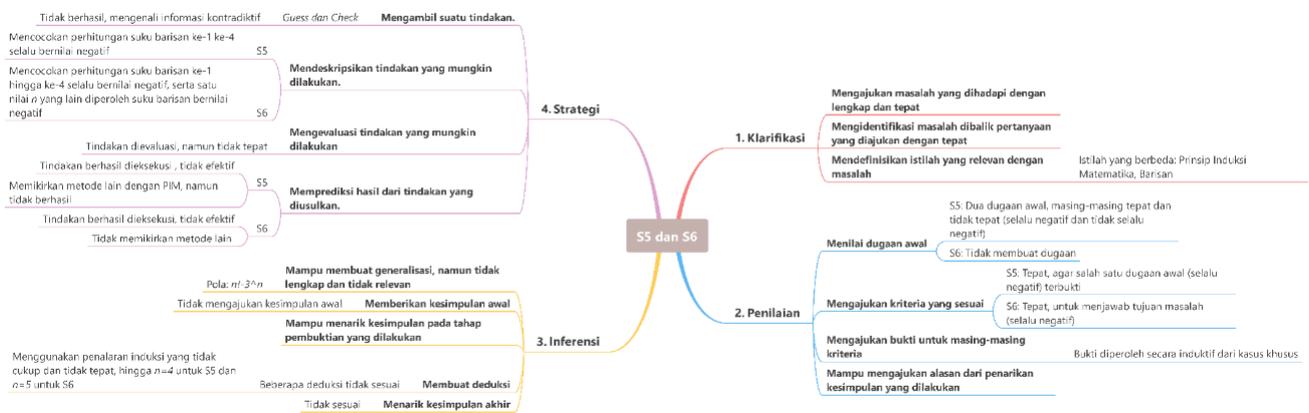
3.1.3 Berpikir kritis calon guru matematika pada masalah bernuansa informasi kontradiktori dengan kemampuan prasyarat rendah

Kemampuan prasyarat rendah direpresentasikan oleh S5 dan S6. Keduanya secara umum memberikan jawaban dengan kesimpulan yang sama. Keduanya tidak dapat mengenali informasi kontradiktori yang diberikan. Hal ini ditunjukkan pada kesimpulan yang diberikan oleh S5 dan S6 pada hasil jawaban subjek seperti Gambar 9 dan Gambar 10, secara berurutan. Perbandingan kemampuan berpikir kritis S5 dan S6 dapat dilihat pada bagan seperti Gambar 11.

Hasil jawaban S5 dan S6 menunjukkan bahwa keduanya mampu menuliskan informasi yang diketahui dan menyampaikan tujuan dari masalah. S6 mampu menuliskan hasil identifikasinya terkait masalah yang akan diselesaikan. S5 meski tidak menuliskan dengan jelas, ia namun mampu menginterpretasi masalah dari hasil wawancara, yaitu memeriksa apakah barisan yang dibuat oleh Unno selalu bernilai negatif. Konfirmasi dari hasil wawancara keduanya menunjukkan bahwa keduanya mampu mengungkapkan informasi dengan lengkap, yaitu diberikan nilai empat suku dari suatu barisan, kemudian diminta mengecek apakah barisan tersebut selalu bernilai negatif. Hal tersebut diperoleh dari hasil analisis S5 dan S6 terhadap masalah, sehingga keduanya mampu

Merujuk jawaban S5 dan S6, terlihat bahwa ia mampu memberikan alasan bahwa bukti yang dipaparkannya melalui pengecekan kasus per kasus dapat digunakan untuk menarik kesimpulan. S5 juga mengajukan dua dugaan yang mungkin dari masalah yang diajukan. Hal ini terkonfirmasi dari hasil wawancara. Selain itu, diperoleh S5 mampu menentukan kriteria atau syarat yang tepat untuk ia gunakan ketika menduga solusi, yaitu dapat digunakan jika pola yang diberikan harus bernilai negatif berapapun nilai n , namun jika bernilai positif, maka barisan tidak dapat digunakan. Hal yang sama juga muncul pada S6, ia mampu menentukan kriteria yang sesuai, yaitu jika dicoba pada bilangan n yang lain pola bernilai negatif. Namun, S5 dan S6 mengajukan bukti dari kriteria yang telah ditetapkan dengan penalaran induktif, S5 mencoba mengajukan pembuktian dengan induksi matematika, namun hanya langkah basis. Masing-masing mengecek hasil perhitungan apakah negatif atau positif, kemudian disimpulkan.

Jawaban S5 menunjukkan bahwa ia membuat beberapa kesimpulan dari hasil perhitungan yang diperoleh, yaitu $P(n)$ terbukti benar dimana n berlaku sama dengan 1,2,3, dan 4. Namun, kesimpulan yang terakhir dibuat melalui penalaran induksi yang tidak cukup, dari kasus per kasus, disimpulkan bahwa barisan yang dibuat Unno selalu bernilai negatif. Selanjutnya jawaban S6 menunjukkan hal yang sama, namun ia mampu membuat generalisasi dari pola barisan yang terbentuk dengan tepat, yaitu $n! - 3^n$, hasil wawancara menegaskan bagaimana ia memperoleh pola. S6 menambahkan satu kesimpulan terkait $P(5)$ sebelum membuat kesimpulan akhir yang juga dibuat melalui penalaran induksi yang tidak cukup. Transkrip wawancara mendukung bahwa subjek S5 dan S6 tidak memiliki kesimpulan awal sebelum menjawab pertanyaan. Semua temuan pada hasil jawaban terkonfirmasi pada hasil wawancara.



Gambar 18. Berpikir Kritis PWCI Subjek Kemampuan Prasyarat Rendah

Pada tahapan strategi, S5 dan S6 menceritakan bahwa melakukan strategi mencoba-coba (*guess and check*). Namun, keduanya tidak berhasil mengenali kontradiksi dari informasi yang ada. Hal ini dikarenakan S5 tidak mencoba untuk memeriksa hasil suku barisan untuk bilangan asli lebih dari 4. Untuk S6 tidak mengecek nilai suku barisan untuk bilangan asli yang lebih dari 5. Dari jawaban S5 dan S6, tampak bahwa keduanya mampu mendeskripsikan langkah atau metode yang mungkin dilakukan. Jika S5 bertujuan membuktikan bahwa $P(n)$ yang terbentuk benar bernilai negatif, ia mengambil tindakan

yang kurang efektif, yaitu mencocokkan hasil perhitungan suku barisan untuk $n = 1$ hingga $n = 4$ sesuai dengan yang diminta, bahwa barisan yang terbentuk selalu negatif. Sejalan dengan yang dilakukan S6, ia ingin menunjukkan bahwa pada bilangan lain dengan pola yang sama bernilai negatif, namun ia hanya mengambil satu bilangan khusus yaitu ketika $n = 5$, dan mencoba mengecek nilai dari suku barisannya. Berdasarkan hasil wawancara informasi bahwa deskripsi tahapan yang dilakukan, masing-masing dapat memprediksi hasil apa yang akan diperoleh. Keduanya menetapkan tujuan langkahnya, meskipun S5 dan S6 menggunakan langkah yang tidak cukup efektif. S5 menyatakan bahwa strategi yang dilakukan berupa langkah basis dari Prinsip Induksi Matematika, ia menyadari bahwa untuk menarik kesimpulan diperlukan langkah induksi, namun tidak terpikirkan bagaimana mengeksekusi berikut metode lain yang mungkin dilakukan. Sedangkan S6 tidak terpikirkan metode lain. Ia hanya meyakini dengan strategi coba-coba yang dilakukannya dengan perhitungan jika tetap bernilai negatif, artinya cukup untuk menjawab apa yang dipersyaratkan dari masalah.

3.2. Pembahasan

Dari temuan penelitian diperoleh informasi bahwa pada tiap subjek tahap klarifikasi dapat dipenuhi dengan baik dengan mengajukan masalah dengan tepat serta identifikasi bentuk interpretasi lain dari masalah dengan informasi kontradiktori yang diberikan. Pada tahap ini mahasiswa menganalisis informasi yang ada kemudian menyatakan ulang masalah. Dengan analisis seseorang membedakan apa yang relevan dari masalah, menentukan konsep yang sesuai dan menentukan bagaimana masalah dipresentasikan (Rosyadi et al., 2022). Temuan sejalan bahwa dalam proses memahami masalah PWCI diperlukan untuk menggambarkan atau menuliskan informasi yang diketahui dan ditanyakan dari masalah. Dengan tujuan mengenali bahwa masalah memuat informasi-informasi kontradiktori (Mutmainah et al., 2021).

Tahap penilaian dapat dipenuhi dengan menilai dugaan awal dalam bentuk simbol matematis namun muncul dualisme benar dan salah pada subjek tinggi. Pada subjek sedang menilai dugaan yang tidak tepat atau tidak membuat dugaan. Dugaan awal digunakan dalam menilai kebenaran dari masalah truth-seeking. Tahapan ini juga awal proses pengecekan kebenaran dari informasi yang ada pada pertanyaan sebelum menyelesaikan masalah. (Kurniati et al., 2019). Berpikir kritis membuat seseorang akan mengecek kebenaran dari pertanyaan dan mengklasifikasikan sesuatu dalam pertanyaan sebelum menyelesaikannya (Ardiansyah et al., 2022). Mahasiswa mengajukan kriteria sesuai dengan tujuan, mengajukan bukti sesuai kriteria masing-masing yang ditetapkan baik dengan contoh penyangkal maupun Prinsip Induksi Matematika, maupun bukti dari kasus khusus. Membuat keputusan dengan memunculkan syarat atau kriteria menunjukkan perlunya pengalaman dalam berpikir kritis (Rosyadi, 2021). Dengan evaluasi, seseorang dapat memilih semua informasi menjadi hal-hal yang penting, menetapkan asumsi informasi dalam masalah, menghubungkan informasi esensial berdasarkan asumsi dan mengidentifikasi kemungkinan strategi untuk menyelesaikan masalah (Sutini et al., 2017). Setiap subjek mampu mengajukan alasan dari dari setiap kesimpulan yang diambil. Hal ini sejalan bahwa dalam menguji kembali kesimpulan dipengaruhi dengan adanya penguasaan terhadap materi atau konsep matematika yang

terkait, sehingga setiap keputusan dapat dipertanggungjawabkan (Ismail & Bempah, 2018). Tahap penilaian merupakan bagian dari evaluasi, dalam rangka menilai kredibilitas pernyataan atau representasi lain dan untuk menilai kekuatan logis dari hubungan inferensial aktual atau yang dimaksudkan di antara pernyataan, deskripsi, pertanyaan, atau bentuk representasi lainnya (ŽivkoviL, 2016).

Tahap inferensi dapat dipenuhi dengan membuat generalisasi yang tepat beserta penegasan proses identifikasinya berupa pola barisan yang terbentuk, meskipun ada generalisasi yang tidak sesuai pada subjek tinggi dan sedang. Pada subjek rendah generalisasi tidak lengkap dan tidak relevan. Pada subjek tinggi dan sedang memberikan kesimpulan awal namun dualisme benar dan salah, mampu menarik kesimpulan pada setiap tahapan pembuktian, membuat deduksi dengan penalaran induktif atau deduktif melalui Prinsip Induksi Matematika. Sedangkan pada subjek rendah deduksi dibuat dari penalaran induktif dan sebagian deduksi tidak sesuai, selanjutnya kesimpulan akhir dibuat sesuai kesimpulan awal. Sub-keterampilan berpikir yang rendah adalah keterampilan berpikir kritis deduksi dan identifikasi asumsi (Aktaş & Ünlü, 2013). Diperlukan suatu pembelajaran yang memotivasi siswa untuk lebih skeptis terhadap kebenaran pernyataan, lebih sadar akan berbagai cara memandang dunia, dan lebih mampu memutuskan apa yang harus dilakukan atau dipikirkan dalam menghadapi keragaman yang ada (Dekker, 2020). Lebih lanjut, dengan memberikan pertanyaan yang mendorong siswa untuk secara eksplisit mendiskusikan masalah dengan membedakan antara temuan dan kesimpulan, menarik kesimpulan yang valid dari data, dan mengidentifikasi dan mengevaluasi kontrol (Cheng & Wan, 2017).

Tahap strategi dilakukan dengan mengambil tindakan berupa guess and check yang berakibat salah satu mengenali kontradiksi kemudian yang lain tidak pada subjek tinggi dan sedang, namun pada subjek rendah tidak ada yang mengenali kontradiksi yang ada. Subjek tinggi mendeskripsikan tindakan yang mungkin dilakukan melalui contoh penyangkal atau Prinsip Induksi matematika, satu subjek sedang dan semua subjek rendah menggunakan contoh khusus yang tidak cukup. Dengan strategi, seseorang mampu menyajikan dengan cara yang meyakinkan dan koheren hasil penalaran yang dilakukan (Facione, 1990; ŽivkoviL, 2016). Hal ini terkait dengan kemampuan seseorang dalam menggunakan informasi, konsep, prinsip, atau representasi lain yang relevan dengan masalah (Setiana, 2018). Subjek tinggi sebagian tindakan dievaluasi dengan tidak tepat seperti penggunaan sifat yang tidak tepat atau batasan yang tidak cocok dengan masalah. Pada subjek sedang dan rendah mengevaluasi tindakan yang tidak sesuai dalam mencocokkan perhitungan pada kasus khusus yang tidak cukup dan generalisasi yang tidak sesuai. Untuk menghasilkan pernyataan, deskripsi, atau representasi yang akurat dari hasil kegiatan penalaran seseorang sehingga diperlukan untuk menganalisis, mengevaluasi, menyimpulkan, atau memantau hasil tersebut (Facione, 1990). Subjek memprediksi hasil dari tindakan yang dilakukan sesuai deskripsi tindakan, namun tidak memikirkan metode atau penyelesaian lain. Pada tiap tingkat kemampuan prasyarat, salah satu tidak memikirkan penyelesaian lain dan satu lainnya memikirkan metode pembuktian Prinsip Induksi Matematika namun tidak berhasil atau tidak dieksekusi. Fleksibilitas dalam mencoba menemukan alternatif metode dalam memecahkan masalah juga diperlukan agar berhasil (Mutmainah et al., 2021).

Pengetahuan awal berpengaruh pada kemampuan berpikir logis mahasiswa (Pamungkas et al., 2017); (Razak, 2017). Sharma & Hannafin menunjukkan bahwa pengetahuan prasyarat bertanggung jawab untuk mendukung, dan dalam beberapa kasus memperlambat perkembangan kemampuan berpikir kritis. Pengetahuan sebelumnya dapat bermanfaat sekaligus berbahaya bagi pemikiran kritis. Dia mencatat bahwa pengetahuan prasyarat adalah kondisi yang diperlukan, tetapi tidak cukup untuk berpikir kritis (Ennis, 1989; Sharma & Hannafin, 2004). Sejalan dengan Sumarna dkk yang menemukan bahwa tidak terdapat interaksi pengaruh faktor pembelajaran dan pengetahuan awal matematika terhadap peningkatan kemampuan berpikir kritis (Sumarna et al., 2017). Pengaruh pengetahuan prasyarat pada berpikir kritis terkait dengan perbedaan antara pengetahuan dan bias sebelumnya. Terkadang pengetahuan prasyarat dapat memunculkan strategi yang kontraproduktif (Sharma & Hannafin, 2004).

4. SIMPULAN

Tahap klarifikasi pada tiap tingkatan kemampuan prasyarat mahasiswa dapat dipenuhi dengan baik dengan mengajukan masalah dengan tepat serta identifikasi bentuk interpretasi lain dari masalah dengan informasi kontradiktori yang diberikan. Tahap penilaian dapat dipenuhi dengan menilai dugaan awal dalam bentuk simbol matematis namun muncul dualisme benar dan salah pada kemampuan prasyarat tinggi. Pada kemampuan prasyarat sedang menilai dugaan yang tidak tepat atau tidak membuat dugaan. Mahasiswa mengajukan kriteria sesuai dengan tujuan, mengajukan bukti sesuai kriteria. Tahap inferensi dapat dipenuhi dengan membuat generalisasi yang tepat beserta penegasan proses identifikasinya berupa pola barisan yang terbentuk, meskipun ada generalisasi yang tidak sesuai pada mahasiswa dengan kemampuan prasyarat tinggi dan sedang. Pada mahasiswa kemampuan prasyarat rendah generalisasi tidak lengkap dan tidak relevan. Tahap strategi dilakukan dengan mengambil tindakan berupa guess and check yang berakibat salah satu mengenali kontradiksi kemudian yang lain tidak pada subjek tinggi dan sedang, namun pada mahasiswa kemampuan prasyarat rendah tidak ada yang mengenali kontradiksi yang ada. Mahasiswa kemampuan prasyarat tinggi mendeskripsikan tindakan yang mungkin dilakukan melalui contoh penyangkal atau Prinsip Induksi matematika, mahasiswa prasyarat sedang dan mahasiswa kemampuan prasyarat rendah menggunakan contoh khusus yang tidak cukup. Mahasiswa kemampuan prasyarat tinggi sebagian tindakan dievaluasi dengan tidak tepat seperti penggunaan sifat yang tidak tepat atau batasan yang tidak cocok dengan masalah.

Penguatan akan pengetahuan prasyarat bagi mahasiswa masih diperlukan sebagai dasar dukungan seseorang dalam melalui tahapan berpikir kritis. Diperlukan suatu pendekatan infusi yang melibatkan pembelajaran secara eksplisit dari prinsip-prinsip atau komponen berpikir kritis. Integrasi dilakukan melalui dosen menerapkan model pembelajaran infusi yang menanamkan masalah-masalah matematika yang memuat informasi kontradiktori ataupun masalah lainnya yang dapat menjadi prediktor berpikir kritis, seperti masalah investigasi dan *truth-seeking* lainnya. Dosen hendaknya secara rutin mengembangkan soal-soal yang menuntut mahasiswa untuk membiasakan mengecek kebenaran semua informasi dalam soal. Pembelajaran didesain dengan memfokuskan pada pertanyaan-pertanyaan yang mengakrabkan mahasiswa dengan perilaku truth-

seeking sehingga siswa memiliki disposisi untuk berpikir kritis. Dosen juga perlu bergabung bersama mahasiswa dalam proses pengecekan informasi-informasi yang ada pada masalah. Hal ini akan menghasilkan habituasi bagi mahasiswa untuk berperilaku kritis dan mengembangkan proses berpikir kritisnya.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih atas dukungan dana yang diberikan oleh Kementerian Agama RI melalui Pendanaan Riset Kompetitif (SK Rektor IAIN Kediri Nomor 141 Tahun 2022).

REFERENSI

- Aiken, L. R. (1985). Three Coefficients for Analyzing the Reliability and Validity of Ratings. *Educational and Psychological Measurement*, 45(1), 131–142. <https://doi.org/10.1177/0013164485451012>
- Aktaş, G. S., & Ünlü, M. (2013). Critical Thinking Skills of Teacher Candidates of Elementary Mathematics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 93, 831–835. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.09.288>
- Amalia, I. (2020). *Lintasan Pertanyaan Siswa Dalam Memecahkan Problem With Contradictory Information (PWCI) Pada Materi Perbandingan* [PhD Thesis]. Universitas Islam Sultan Agung.
- Aminudin, M., & Maharani, H. R. (2021). Deskripsi Lintasan Pertanyaan Siswa Dalam Memecahkan Problem With Contradictory Information (PWCI). *Prosiding Konstelasi Ilmiah Mahasiswa Unissula (KIMU) Klaster Humaniora*.
- Angriani, A. D., Nursalam, N., Fuadah, N., & Baharuddin, B. (2018). Pengembangan Instrumen Tes Untuk Mengukur Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Siswa. *AULADUNA: Jurnal Pendidikan Dasar Islam*, 5(2), Article 2. <https://doi.org/10.24252/auladuna.v5i2a9.2018>
- Anugraheni, I. (2019). Analisis Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Permasalahan Bilangan Bulat Berbasis Media Realistik. *Scholaria: Jurnal Pendidikan Dan Kebudayaan*, 9(3), 276–283.
- Anwar, A. (2009). *Statistika untuk Penelitian Pendidikan dan Aplikasinya dengan SPSS dan Excel*. IAIT Press.
- Ardiansyah, K., Kurniati, D., Trapsilasiwi, D., & Osman, S. (2022). Truth-Seekers Students' Critical Thinking Process in Solving Mathematics Problems with Contradiction Information. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 13(1), Article 1. <https://doi.org/10.15294/kreano.v13i1.33286>
- Arifin, Z., & Retnawati, H. (2017). Pengembangan instrumen pengukur higher order thinking skills matematika siswa SMA kelas X. *Pythagoras: Jurnal Pendidikan Matematika*, 12(1), Article 1. <https://doi.org/10.21831/pg.v12i1.14058>
- As'ari, A. R., Mahmudi, A., & Nuerlaelah, E. (2017). OUR PROSPECTIVE MATHEMATIC TEACHERS ARE NOT CRITICAL THINKERS YET. *Journal on Mathematics Education*, 8(2), Article 2. <https://doi.org/10.22342/jme.8.2.3961.145-156>

- Bellaera, L., Weinstein-Jones, Y., Ilie, S., & Baker, S. T. (2021). Critical Thinking in Practice: The Priorities and Practices of Instructors Teaching in Higher Education. *Thinking Skills and Creativity*, 100856.
- Cheng, M. H. M., & Wan, Z. H. (2017). Exploring the effects of classroom learning environment on critical thinking skills and disposition: A study of Hong Kong 12th graders in Liberal Studies. *Thinking Skills and Creativity*, 24, 152–163. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2017.03.001>
- Clarisa, C., Rahma, F. L., Nur, F., Hasibuan, K., Khodijah, N., & Maysarah, S. (2021). Analisis Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa Pendidikan Matematika Dalam Memecahkan Masalah Struktur Aljabar Ring Materi Daerah Integral Dan Field. *FARABI: Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 4(1), 52–60.
- Dekker, T. J. (2020). Teaching critical thinking through engagement with multiplicity. *Thinking Skills and Creativity*, 37, 100701. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2020.100701>
- Ennis, R. H. (1989). Critical Thinking and Subject Specificity: Clarification and Needed Research. *Educational Researcher*, 18(3), 4–10. <https://doi.org/10.3102/0013189X018003004>
- Facione, P. A. (1990). *Critical Thinking: A Statement of Expert Consensus for Purposes of Educational Assessment and Instruction. Research Findings and Recommendations.*
- Giancarlo, C. A., & Facione, P. A. (2001). A look across four years at the disposition toward critical thinking among undergraduate students. *The Journal of General Education*, 29–55.
- Hailikari, T., Katajavuori, N., & Lindblom-Ylänne, S. (2008). The Relevance of Prior Knowledge in Learning and Instructional Design. *American Journal of Pharmaceutical Education*, 72(5). <https://doi.org/10.5688/aj7205113>
- Hariati, A., Pambudi, D. S., Kurniati, D., Septiadi, D. D., & Gantiyani, H. (2022). Student's open-mindedness behavior in solving math-based problem with contradictory information and problem with no specified universal set. *AIP Conference Proceedings*, 2633(1), 030008.
- Hasanah, S. I., Basri, H., Sy, E. N. S., & Lanya, H. (2022). Teacher's Self-regulation in Solving the Problem with Contradiction Information. *Jurnal Didaktik Matematika*, 9(1), 111–124.
- Irawan, I. P. E., Suharta, I. G. P., & Suparta, I. N. (2016). Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika: Pengetahuan Awal, Apresiasi Matematika, Dan Kecerdasan Logis Matematis. *Prosiding Seminar Nasional MIPA*. <https://ejournal.undiksha.ac.id/index.php/semnasmipa/article/view/10185>
- Ismail, S., & Bempah, H. O. (2018). Analisis Kemampuan Berpikir Kritis Matematika Mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika pada Mata Kuliah Kalkulus I Materi Limit Fungsi. *Jambura Journal of Educational Chemistry*, 13(1), 7–13.

- Ivankova, N. V., Creswell, J. W., & Stick, S. L. (2006). Using Mixed-Methods Sequential Explanatory Design: From Theory to Practice. *Field Methods*, 18(1), 3–20. <https://doi.org/10.1177/1525822X05282260>
- Jacob, S., & Sam, H. (2008). Measuring Critical thinking in Problem Solving through Online Discussion Forums in First Year University Mathematics. *Lecture Notes in Engineering and Computer Science*, 2168.
- Kim, K., Sharma, P., Land, S. M., & Furlong, K. P. (2013). Effects of Active Learning on Enhancing Student Critical Thinking in an Undergraduate General Science Course. *Innovative Higher Education*, 38(3), 223–235. <https://doi.org/10.1007/s10755-012-9236-x>
- Kurniasi, E. R., & Arsisari, A. (2020). Pengembangan Instrumen Pengukur Higher Order Thinking Skills (HOTS) Matematika Pada Siswa Sekolah Menengah Pertama. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 9(4), Article 4. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v9i4.3162>
- Kurniati, D. (2018). Exploring the Mental Structure and Mechanism: How the Style of Truth-Seekers in Mathematical Problem-Solving?. *Journal on Mathematics Education*, 9(2), 311–326.
- Kurniati, D., Purwanto, P., As'ari, A. R., Dwiyan, D., Subanji, & Susanto, H. (2019). Development and Validity of Problems with Contradictory Information and no Specified Universal Set to Measure the Truth-Seeking of Pre-Service Mathematics Teachers. *TEM Journal*, 8(2), 545–553. <https://doi.org/DOI: 10.18421/TEM82-30>, May 2019.
- Lestari, W. (2017). Pengaruh kemampuan awal matematika dan motivasi belajar terhadap hasil belajar matematika. *Jurnal Analisa*, 3(1), 76–84.
- Mandrekar, J. N. (2011). Measures of Interrater Agreement. *Journal of Thoracic Oncology*, 6(1), 6–7. <https://doi.org/10.1097/JTO.0b013e318200f983>
- Masitoh, L. F., & Aedi, W. G. (2020). Pengembangan Instrumen Asesmen Higher Order Thinking Skills (HOTS) Matematika di SMP Kelas VII. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(2), 886–897.
- McHugh, M. L. (2012). Interrater reliability: The kappa statistic. *Biochemia Medica*, 22(3), 276–282.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. sage.
- Mujib, M., Sukestiyarno, S., Suyetno, H., & Junaidi, I. (2021). Pola Kemampuan Berpikir Kritis Matematis Berdasarkan Kecerdasan Multiple Intelligences. *JKPM (Jurnal Kajian Pendidikan Matematika)*, 6(2), 227–242.
- Mutmainah, S., Faradiba, S. S., & Alifiani, A. (2021). Analisis Disposisi Berpikir Kritis Matematis Peserta Didik Dengan Tipe Soal PWCI (Problems With Contradictory Information). *Jurnal Penelitian, Pendidikan, dan Pembelajaran*, 16(1), Article 1. <http://riset.unisma.ac.id/index.php/jp3/article/view/9740>

- Pamungkas, A. S., Setiani, Y., & Pujiastuti, H. (2017). Peranan pengetahuan awal dan self esteem matematis terhadap kemampuan berpikir logis mahasiswa. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 8(1), 61–68.
- Perkins, C., & Murphy, E. (2006). Identifying and measuring individual engagement in critical thinking in online discussions: An exploratory case study. *Journal of Educational Technology & Society*, 9(1), 298–307.
- Peter, E. E. (2012). Critical thinking: Essence for teaching mathematics and mathematics problem solving skills. *African Journal of Mathematics and Computer Science Research*, 5(3), 39–43.
- Polya, G. (2014). Problems to find, problems to prove. In *How to Solve It* (pp. 154–157). Princeton University Press.
- Primiero, G., Raimondi, F., Bottone, M., & Tagliabue, J. (2017). Trust and distrust in contradictory information transmission. *Applied Network Science*, 2(1), Article 1. <https://doi.org/10.1007/s41109-017-0029-0>
- Razak, F. (2017). Hubungan kemampuan awal terhadap kemampuan berpikir kritis matematika pada siswa kelas VII SMP Pesantren IMMIM Putri Minasatene. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(1), 117–128.
- Rochmad, Agoestanto, A., & Kharis, M. (2018). *Characteristic of critical and creative thinking of students of mathematics education study program*. 983, 012076. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/983/1/012076>
- Rohmah, M. L., Suwito, A., & Safrida, L. N. (2022). Truth-Seeking Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Bangun Ruang Sisi Datar dengan Tipe Soal PWCI (Problems with Contradictory Information). *Jurnal Pendidikan: Riset Dan Konseptual*, 6(2), 358–366.
- Rosyadi, A. A. P. (2021). Analisis Berpikir Kritis Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Kontroversial Matematika. *EDU-MAT: Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(1), 1–13.
- Rosyadi, A. A. P., Sa'dijah, C., & Rahardjo, S. (2022). High order thinking skills: Can it arise when a prospective teacher solves a controversial mathematics problem? *Journal of Physics: Conference Series*, 2157(1), 012038.
- Schwartz, D. L., Sears, D., & Chang, J. (2007). Reconsidering prior knowledge. *Thinking with Data*, 319–344.
- Setiana, D. S. (2018). Urgensi Pengembangan Berpikir Kritis dalam Pembelajaran Matematika. *Prosiding Sendika*, 4(1).
- Sharma, P., & Hannafin, M. (2004). Scaffolding Critical Thinking in an Online Course: An Exploratory Study. *Journal of Educational Computing Research*, 31(2), 181–208. <https://doi.org/10.2190/TMC3-RXPE-75MY-31YG>
- Sumarna, N., Wahyudin, & Herman, T. (2017). The Increase of Critical Thinking Skills through Mathematical Investigation Approach. *Journal of Physics: Conference Series*, 812(1), 012067. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/812/1/012067>
- Sutini, S., Sutawidjaja, A., Parta, I. N., & Susanto, H. (2017). Identification of Critical Thinking Process in Solving Mathematic Problems. *IOSR Journal of Research &*

Method in Education (IOSRJRME), 07(04), 05–10. <https://doi.org/10.9790/7388-0704010510>

- Widodo, S., Santia, I., & Jatmiko. (2019). Analisis Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa Pendidikan Matematika pada Pemecahan Masalah Analisis Real. *Repository Publikasi Ilmiah*, 1–14.
- Wulan, E. R., & Ilmiyah, N. F. (2022). *Prospective Mathematics Teachers' Critical Thinking Processes in Dealing Truth-Seeking Problem with Contradictory Information*. 90–100. <https://doi.org/10.2991/assehr.k.220403.013>
- Zayyadi, M., & Subaidi, A. (2018). Berpikir Kritis Mahasiswa Dalam Memecahkan Masalah Aljabar. *Paedagoria: Jurnal Kajian, Penelitian Dan Pengembangan Kependidikan*, 8(2), Article 2. <https://doi.org/10.31764/paedagoria.v8i2.61>
- ŽivkoviL, S. (2016). A Model of Critical Thinking as an Important Attribute for Success in the 21st Century. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 232, 102–108. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2016.10.034>