Jurnal Kongruen
https://jurnal.unsil.ac.id/index.php/kongruen vol. 3 no. 4 pp. 306-313
e-ISSN: 2830-3830 Terbit 31 Desember 2024

KETERKAITAN FILSAFAT MATEMATIKA DENGAN BENTUK GEOMETRI PADA SARANG LEBAH MADU

Rachmat Satrio Wahyudi; Sri Tirto Madawistama
Pendidikan Matematika, Prorgan Pascasarjana, Universitas Siliwangi, Kota Tasikmalaya, Indonesia
E-mail: rachmatswahyudi@gmail.com

ABSTRACT

This study explores the hexagonal structure of honeybee combs through the lens of geometric mathematics and the philosophy of mathematics. By conducting a comprehensive literature review and employing mathematical analysis, this research aims to elucidate the underlying reasons for bees' preference for hexagonal cells in their hives. The findings reveal that the hexagonal shape is the optimal configuration, maximizing cell area while minimizing material consumption. This conclusion is supported by mathematical calculations comparing the ratio of perimeter to area across various regular polygons. Furthermore, the hexagonal shape enables perfect tiling without gaps between cells. These results underscore the profound connection between natural phenomena and mathematical principles. The implications of this research extend to mathematics education, particularly in geometry, where honeybee combs can serve as a compelling and effective teaching tool. Honeycombs can be a compelling real-world example to introduce concepts of geometry, optimization, and the beauty of mathematics to students. Thus, this research is expected to contribute to increasing students' interest and understanding of mathematics.

Keywords: Philosophy of Mathematics; Geometry; Honeycomb; Hexagonal, Mathematics Education

PENDAHULUAN

Haryono (2015) menyatakan bahwa memposisikan matematika sebagai ilmu pengetahuan dapat memberikan inspirasi bagi pengembangan ide-ide mendasar karena matematika merupakan bagian dari ilmu pengetahuan yang mempunyai ciri-ciri tertentu. Sebagai sebuah ilmu pengetahuan, kajian dalam matematika diturunkan ke dalam beberapa cabang ilmu untuk dipelajari dan dikembangkan. Pada hakikatnya kedudukan ilmu pengetahuan adalah memudahkan kehidupan manusia. Begitu juga dengan matematika yang tergolong sebagai ilmu pengetahuan. Lahirnya matematika tak lain adalah untuk memberikan kemudahan dan mengatasi berbagai persoalan hidup. Untuk mengetahui kedudukan dan peran matematika secara jelas, maka filsafat yang dikatakan sebagai proses berpikir memperjelas makna dari hadirnya matematika itu sendiri.

Tarigan (2021) menyatakan bahwa filsafat matematika merupakan sebuah refleksi terhadap ilmu matematika yang menekankan pentingnya makna dari pertanyaan dan jawaban terhadap matematika itu sendiri. Filsafat matematika juga harus dipahami sebagai suatu fenomena dan aktivitas sosial manusia yang merupakan bagian dari suatu kebudayaan yang hidup (Siskawati et al., 2021). Pengertian filsafat matematika juga disampaikan oleh Nugraheni et al. (2021) sebagai pemikiran reflektif tentang pendidikan matematika untuk memperjelas komponen-komponen dalam pendidikan matematika. Lebih lanjut (Mahendrawan et al., 2021) menggambarkan filsafat matematika secara tegas sebagai salah satu cabang filsafat, dengan tujuan merefleksikan dan menjelaskan sifat matematika. Berdasarkan pengertian yang telah dipaparkan di atas maka dapat diketahui bahwa filsafat matematika berkedudukan sebagai sebuah cara, upaya, maupun jalan untuk mengupas kedudukan dari ilmu matematika.

Kedudukan dan keterkaitan filsafat di dalam pembelajaran matematika dapat dilihat secara epistimologi, ontologi matematika, metodologi matematika, dan logika matematika. Secara epistimologi, seorang guru matematika harus memiliki pemahaman yang baik tentang filsafat matematika dan penerapannya di dalam pembelajaran (Bintoro et al., 2021). Hal ini dikarenakan pemahaman filsafat matematika yang baik sangat diperlukan dalam pembelajaran karena tiga alur utama dalam pembelajaran (*input*, *process*, dan *output*) saling berkaitan satu sama lain dan berkaitan erat dengan filsafat. Jika dilihat dari ontologi matematika, guru harus bisa mengaitkan konsep matematika yang abstrak ke konteks dunia nyata yang mudah untuk dipahami oleh siswa. Ini tidak hanya memudahkan siswa dalam memahami konsep matematika yang sedang diajarkan, dan memotivasi siswa tentang pentingnya belajar matematika, namun juga membuat pembelajaran matematika menjadi bermakna bagi siswa. Secara metodologi matematika, guru diharapkan mampu membuat strategi tentang bagaimana meningkatkan kemampuan matematika, motivasi belajar, menyampaikan materi matematika tersebut (Minarti & El Hakim, 2022). Secara logika matematika, guru harus memiliki kemampuan berpikir matematis yang baik. Selain itu, guru juga harus dapat membentuk pola pikir matematis siswa. Kemampuan berpikir matematis ini berperan penting bagi siswa dalam memecahkan permasalahan konstekstual dalam kehidupan sehari-hari siswa.

Salah satu fenomena menarik tentang bagaimana konsep matematika muncul secara alami adalah kemampuan lebah dalam membangun sarang berbentuk segi enam. Sarang lebah yang terdiri dari ribuan sel segi enam ini merupakan contoh yang luar biasa tentang efisiensi dan keindahan dalam alam. Sarang lebah memiliki bentuk heksagonal atau segienam sebagai tempat untuk penyimpanan madu. Bentuk heksagonal yang luar biasa simetris, jika tiap rongga digabungkan akan menghasilkan suatu kombinasi ruang yang sempurna, sehingga tidak akan menghasilkan suatu ruang sisa yang tidak berguna, seperti halnya ruang-ruang dengan penampang segitiga atau segiempat (Novitasari, et al. 2019).

Salah satu penelitian tentang kajian bentuk sarang lebah yang telah dilakukan oleh Sari (2014) memberikan kesimpulan bahwa segienam beraturan merupakan satu-satunya bidang geometri yang unggul dalam *lemma* pemotongan dibandingkan dengan segi lainnya dan memiliki kapasitas luas terbesar serta keliling terkecil. Penelitian lain juga pernah dilakukan oleh Hilda (2016) memberikan kesimpulan lebah madu mampu membuat sarang berbentuk heksagonal yang sempurna, dan menunjukkan bahwa antara sains tidak lepas dari Islam. Pembahasan tersebut di atas menunjukkan bahwa sarang lebah memiliki keistimewaan tersendiri jika ditinjau dalam aspek matematika. Hal inilah yang menjadikan dasar untuk mengkaji bentuk sarang lebah madu ditinjau dari bentuk geometrinya dan mengaitkannya dalam filsafat matematika.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian pada artikel ini adalah studi literatur. Studi literatur adalah rangkuman komprehensif mengenai penelitian yang dilakukan pada topik tertentu untuk menunjukkan kepada pembaca apa yang telah diketahui tentang topik tersebut (Denney & Tewksbury, 2013). Studi literatur adalah serangkaian kegiatan yang meliputi pengumpulan data pustaka, membaca, mencatat, dan mengelola bahan penelitian (Zed, 2014). Artinya studi literatur bertujuan untuk menemukan fondasi untuk membangun landasan teori, kerangka berpikir, dan hipotesis penelitian.

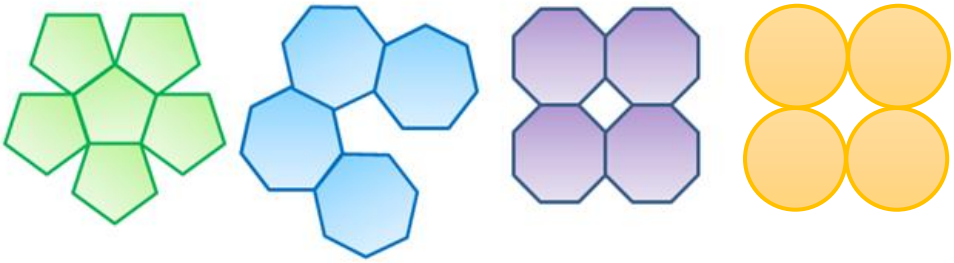
Cara pengumpulan data pada penelitian ini yaitu berasal dari berbagai sumber baik jurnal mapun buku. Jurnal dan buku diperoleh dari *google scholar* dengan kata kunci: filsafat matematika, analisis geometri pada sarang lebah madu, dan pembelajaran matematika. Prosedur pada penulisan artikel studi literature ini yaitu: (1) mencari berbagai literatur, (2) memilih literatur yang relevan dengan membaca abstraknya, (3) mencatat hal-hal penting untuk mencari konsep yang diteilti, (4) konseptualisasi, (5) analisis data berupa analisis isi jurnal, (6) hasil dan diskusi, dan (7) kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Matematika merupakan pelajaran yang menjadi salah satu unsur penting dalam mengembangkan ilmu pengetahuan dan teknologi (Kusuma, 2017). Sarang lebah memiliki desain geometri yang apik, di mana merupakan salah satu implementasi pembelajaran matematika. Sarang lebah madu memiliki bentuk yang sangat unik dan menakjubkan. Fakta yang sangat mengejutkan, di mana seekor lebah dengan kemampuannya dapat membangun sarang dengan sebaik itu. Karena sangatlah mustahil jika lebah mampu membangun sarang dengan desain yang sangat canggih tanpa melalui perhitungan yang rumit (Sitompul, 2023). Pertanyaannya, mengapa lebah dapat membuat dan memilih bentuk heksagonal untuk bentuk dari sarangnya.

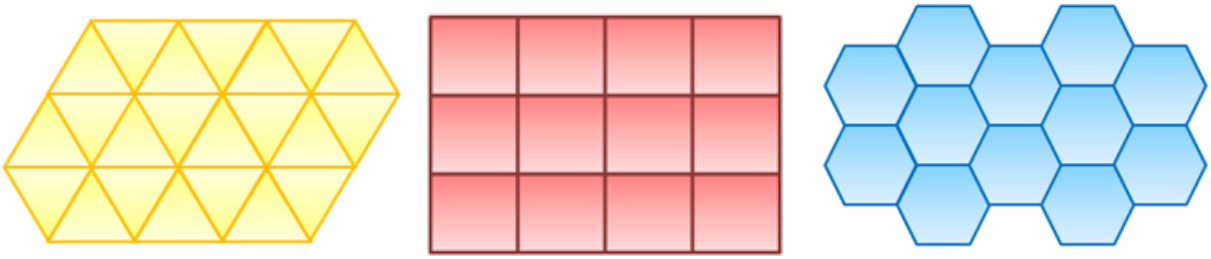
1. Poligon Beraturan dan Pengubinan

Secara geometri, bentuk sarang lebah madu selain berbentuk segi enam juga memiliki kemungkinan berbentuk segi-n beraturan yang lainnya. Namun, pada kenyataannya yang terbentuk adalah segi enam (heksagonal). Hal inilah yang akan dibuktikan dengan penjelasan matematis. Bentuk heksagonal yang simetris, jika digabungkan akan menghasilkan kombinasi ruang guna yang sempurna, yaitu tidak menghasilkan ruang-ruang sisa yang tak berguna, seperti jika ruang-ruang yang berpenampang segi lima, segi tujuh, segi delapan atau lingkaran.



Gambar 1. Bentuk segi lima, segi tujuh, segi delapan, dan lingkaran yang memiliki celah (ruang-ruang sisa)

Berdasarkan gambar 1 di atas, terlihat bahwa kedua bentuk baik lingkaran ataupun segi lima memiliki celah. Sehingga kombinasi ruang guna yang terbentuk tidak sempurna.Kemudian bagaimana dengan bentuk ruang segi tiga, segi empat dan segi enam. Apakah memiliki kombinasi yang lebih optimal.Perhatikan ilusi pada gambar 2.



Gambar 2. Bentuk segi tiga, segi empat, dan segi enam memiliki ruang guna yang optimal (tidak ada celah)

Perhatikan gambar 2, baik segi tiga, segi empat, maupun segi enam memiliki ruang guna yang optimal di mana tidak terdapat celah antar ruangnya. Poligon beraturan adalah poligon dengan semua panjang sisinya sama dan ukuran tiap sudutnya juga sama. Besar tiap sudut interior dari poligon-poligon yang saling berdekatan tanpa meninggalkan ruang kosong dengan satu titik yang bersekutu adalah sama dengan 360°. Ini berarti untuk pengubinan hanya dapat dipenuhi oleh poligon beraturan yang berupa segi tiga, segi empat, dan segi enam. Kesimpulan awal poligon yang memungkinkan dalam pembuatan sarang lebah tanpa adanya

celah dari tiap ruangnya adalah segi tiga, segi empat, dan segi enam.

2. Luas dan Keliling Poligon Beraturan

Setelah mendapatkan kesimpulan awal, selanjutnya merupakan bukti bahwa segi enam merupakan poligon yang paling tepat dan efektif dalam pembuatan sarang lebah madu.Dengan mendapatkan perbandingan keliling terhadap luas dari lingkaran dan poligon-poligon beraturan dengan menggunakan lemma pemotongan, kita dapat mengetahui poligon beraturan yang memang paling efektif. Untuk mendapatkan formulasi yang sama, terlebih dahulu didapatkan satuan dari semua poligon beraturan dan lingkaran dengan satuan yang sama pula. Dengan demikian, perbandingan dapat dilakukan dengan asumsi bahwa radius (*circumradius*) untuk semua bidang adalah sama, maka keliling dan luas poligon dapat menggunakan rumus di bawah ini dengan mempartisi poligon segi-*n* menjadi *n* buah segi tiga yang saling kongruen.

Rumus luas segi-n beraturan : $\frac{n}{2} r^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$

Rumus keliling segi-n beraturan : $nr\sqrt{2 - 2\cos \frac{360^\circ}{n}}$

keterangan,

n = banyak sisi

r = radius (*circumradius*)

dengan menggunakan rumus perbandingan keliling dan luas lingkaran, maka akan didapat beberapa perbandingan dari tiap segi-n dan lingkaran.

a. Perbandingan keliling dan luas lingkaran
   - $K_l = 2\pi r$
   - $L_l = r^2$

   sehingga,

   $$P_l = \frac{K_l}{L_l} = \frac{2\pi r}{\pi r^2} = \frac{2}{r}$$

   dengan,

   P_l = perbandingan keliling dan luas lingkaran

   K_l = keliling lingkaran

   L_l = luas lingkaran

b. Perbandingan keliling dan luas segi enam beraturan
   - $K_6 = 6r\sqrt{2 - 2\cos \frac{360^\circ}{6}}$

     $K_6 = 6r\sqrt{2 - 2 \times \frac{1}{2}}$

     $K_6 = 6r$
   - $L_6 = \frac{6}{2} r^2 \sin \frac{360^\circ}{6}$

     $L_6 = 3\, r^2 \times \frac{1}{2}\sqrt{3}$

   sehingga,

$$P_6 = \frac{K_6}{L_6} = \frac{6r}{3\,r^2 \times \frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{4}{r\sqrt{3}} = \frac{2{,}309}{r}$$

dengan,

P_6 = perbandingan keliling dan luas segi enam beraturan

K_6 = keliling segi enam beraturan

L_6 = luas segi enam beraturan

c. Perbandingan keliling dan luas segi lima beraturan

- $K_5 = 5r\sqrt{2 - 2\cos\frac{360^\circ}{5}}$
  $K_5 = 5r\sqrt{2 - 2 \times 0{,}309}$
  $K_5 = 5r\sqrt{1{,}382} = 5{,}878r$
- $L_5 = \frac{5}{2}\,r^2 \sin\frac{360^\circ}{5}$
  $L_5 = \frac{5}{2}\,r^2 \times 0{,}951 = 2{,}378r^2$

sehingga,

$P_5 = \frac{K_5}{L_5} = \frac{5{,}878r}{2{,}378\,r^2} = \frac{2{,}472}{r}$

dengan,

P_5 = perbandingan keliling dan luas segi lima beraturan

K_5 = keliling segi lima beraturan

L_5 = luas segi lima beraturan

d. Perbandingan keliling dan luas segi empat beraturan

- $K_4 = 4r\sqrt{2 - 2\cos\frac{360^\circ}{4}}$
  $K_4 = 4r\sqrt{2 - 2 \times 0}$
  $K_4 = 4r\sqrt{2} = 5{,}657r$
- $L_4 = \frac{4}{2}\,r^2 \sin\frac{360^\circ}{4}$
  $L_4 = \frac{4}{2}\,r^2 \times 1 = 2r^2$

sehingga,

$P_4 = \frac{K_4}{L_4} = \frac{5{,}657r}{2r^2} = \frac{2{,}828}{r}$

dengan,

P_4 = perbandingan keliling dan luas segi empat beraturan

K_4 = keliling segi empat beraturan

L_4 = luas segi empat beraturan

e. Perbandingan keliling dan luas segi tiga beraturan

- $K_3 = 3r\sqrt{2 - 2\cos\frac{360^\circ}{3}}$

  $K_3 = 3r\sqrt{2 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)}$

  $K_3 = 3r\sqrt{3} = 3\sqrt{3}\,r$
- $L_3 = \frac{3}{2}r^2 \sin\frac{360^\circ}{3}$

  $L_3 = \frac{3}{2}r^2 \times \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{3}{4}\sqrt{3}\,r^2$

sehingga,

$$P_3 = \frac{K_3}{L_3} = \frac{3\sqrt{3}\,r}{\frac{3}{4}\sqrt{3}\,r^2} = \frac{4}{r}$$

dengan,
P_3 = perbandingan keliling dan luas segi tiga beraturan
K_3 = keliling segi tiga beraturan
L_3 = luas segi tiga beraturan

Tabel 1. Tabel Perbandingan Keliling dan Luas Lingkaran dan Segi-n

Bangun Datar	**Perbandingan Keliling dan Luas**
Lingkaran	$\frac{2}{r}$
Segi Enam	$\frac{2{,}309}{r}$
Segi Lima	$\frac{2{,}472}{r}$
Segi Empat	$\frac{2{,}828}{r}$
Segi Tiga	$\frac{4}{r}$

Hasil dari penerapan perbandingan keliling terhadap luas dari lingkaran dan poligon-poligon beraturan menghasilkan persamaan yang mengakibatkan pertidaksamaan sebagai berikut:

$$\frac{2}{r} < \frac{2{,}309}{r} < \frac{2{,}472}{r} < \frac{2{,}828}{r} < \frac{4}{r}$$

maka,

$$P_l < P_6 < P_5 < P_4 < P_3$$

Pertidaksamaan tersebut terlihat bahwa bila suatu poligon yang memiliki lebih banyak sisi atau makin mendekati lingkaran, maka rasio perbandingan keliling dan luas yang dimiliki adalah makin kecil.Untuk

memutuskan pilihan dari bidang-bidang tersebut sebagai bidang terbaik dalam struktur sarang lebah dan memenuhi Lemma Pemotongan. Dengan demikian, poligon dengan jumlah sisi yang makin mendekati lingkaran, memiliki luas yang lebih besar dan keliling yang lebih kecil. Meskipun lingkaran memiliki rasio keliling terhadap luas yang paling unggul, namun lingkaran tidak seperti segi enam beraturan yang dapat saling mengubin tanpa ada ruang sisa yang sia-sia. Berdasarkan argumen matematika dari hasil perbandingan untuk perbandingan keliling terhadap luas bidang segi enam, segi empat, dan segi tiga yaitu:

$$\frac{2{,}309}{r} < \frac{2{,}828}{r} < \frac{4}{r}$$

diperoleh,

$$P_6 < P_4 < P_3$$

Hal tersebut menunjukkan bahwa rasio keliling terhadap luas untuk segi enam lebih kecil dari pada segi tiga dan segi empat, maka bidang geometri dari tiga pilihan tersebut yang memiliki luas kapasitas yang paling besar dengan material yang paling sedikit adalah segi enam beraturan yang memenuhi Lemma Pemotongan. Lebah juga menghitung besar sudut antara rongga satu dengan yang lainnya pada saat membangun rumah.Suatu rongga dengan rongga dibelakangnya selalu dibangun dengan kemiringan 13° dari bidang datar. Dengan begitu kemiringan sarang akan condong ke atas dan alhasil madu tidak akan tumpah. Sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa bentuk segi enam adalah bentuk teroptimal menurut geometri matematika.Hal inilah yang menjadikan bahwa bentuk segi enam merupakan bentuk yang paling istimewa dibanding dengan bentuk geometri lainnya.

SIMPULAN DAN SARAN

Sarang lebah madu memiliki keistimewaan jika ditinjau dalam persepektif geometri matematika di mana bentuk sarang lebah yang bebentuk segienam beraturan merupakan bentuk geometri (poligon beraturan) yang paling baik digunakan dibandingkan bentuk lainnya, karena dari beberapa bentuk poligon beraturan seperti segitiga, segiempat dan segilima, segienam memungkinkan dalam pembuatan sarangnya tidak terdapat celah antara satu rongga kamar ke rongga kamar lainnya (mengubin dengan baik). Selain itu jika dilihat dari luas kapasitas serta bahan baku yang digunakan, segienam memiliki luas yang paling besar, dan keliling yang kecil, sehingga menjadikan segienam berdaya tampung dengan kapasitas yang besar serta penggunaan bahan baku material yang sedikit dalam pembuatan sarang lebahnya. Inilah yang menjadikan bentuk segienam merupakan bentuk teristimewa yang dimiliki lebah madu.

Keindahan dan efisiensi desain sarang lebah ini dapat dijadikan contoh nyata untuk memperkenalkan konsep-konsep geometri seperti poligon, luas, keliling, dan simetri. Dengan menggunakan sarang lebah sebagai media pembelajaran, siswa dapat lebih mudah memahami konsep-konsep abstrak dalam matematika, meningkatkan keterampilan berpikir kritis, dan menumbuhkan minat terhadap matematika. Selain itu, sarang lebah juga dapat menjadi jembatan untuk menghubungkan matematika dengan ilmu pengetahuan alam lainnya. Dengan demikian, sarang lebah madu tidak hanya menjadi rumah bagi lebah, tetapi juga menjadi sumber inspirasi bagi para pendidik untuk menciptakan pembelajaran matematika yang lebih menarik dan bermakna.

DAFTAR RUJUKAN

Bintoro, H. S., Rochmad, R., & Isnarto, I. (2021, February). Model Problem Based Learning dalam Perspektif Ontologi dan Epistemologi Filsafat Pendidikan Matematika. In *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* (Vol. 4, pp. 223-227).

Haryono, D. (2015). Filsafat Matematika: Suatu Tinjauan Epsitemologi dan Filosofis. Alfabeta.

Hilda, L. (2016). Rahasia heksagonal pada sarang lebah madu (Pandangan sains dan Islam). *Darul Ilmi: Jurnal Ilmu Kependidikan dan Keislaman*, *4*(1).

Mahendrawan, E., Yanuarti, M., & Asmarawati, E. (2021). Kritik Terhadap Kemutlakan Filsafat Matematika. *Scientia Sacra: Jurnal Sains, Teknologi Dan Masyarakat*, *1*(1), 7-12.

Minarti, M., & El Hakim, L. (2022). Penerapan Matematika Dalam Aliran Konstruktivisme Yang Terkandung Dalam Filsafat Matematika. *Syntax Literate; Jurnal Ilmiah Indonesia*, *7*(3), 1054-1064.

Novitasari, C. D., Anggoro, B. S., & Komarudin, K. (2019). Analisis sarang lebah madu dalam geometri matematika dan Alquran. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, *8*(1), 146-158.

Nugraheni, N., Rochmad, R., & Isnarto, I. (2021, February). Aliran Humanis dalam Filsafat Matematika. In *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* (Vol. 4, pp. 393-396).

Sari, M. (2014). Kajian Matematika Segienam Lebah. *Electronic theses and dissertations*.

Siskawati, E., Rochmad, R., & Isnarto, I. (2021). Teka-Teki Klasik Filsafat Matematika. PRISMA, Prosiding.

Sitompul, I. (2023). Geometry Analysis of Honey Bee Nests. *JURNAL PENDIDIKAN DAN SAINS*, *2*(2).

Tarigan, R. (2021). Perkembangan Matematika dalam Filsafat dan Aliran Formalisme yang terkandung dalam filsafat Matematika. *Sepren*, *2*(2), 17-22.